

УДК 621.792.8

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОМЕЖУТОЧНОГО СЛОЯ НЕПОДВИЖНЫХ СОЕДИНЕНИЙ, СОБРАННЫХ ТЕПЛОМЫМ МЕТОДОМ**

©Святуха А. А., Плахотникова И. Б.

*Украинская инженерно-педагогическая академия*

В статье рассмотрены вопросы расчёта прочностных характеристик промежуточного слоя в соединениях с натягом, собранных тепловым методом. Определение прочностных характеристик деформированного слоя в зоне контакта сопряжённых поверхностей осуществлено на основе решения гидродинамической задачи.

**Ключевые слова:** прочность, промежуточный слой, сборка, соединение, деформация.

*Святуха А. Я., Плахотникова И. Б.* «Визначення міцнісних характеристик проміжного шару нерухомих з'єднань, зібраних тепловим методом».

У статті розглянуті питання розрахунків міцнісних характеристик проміжного шару в з'єднаннях з натягом, зібраних тепловим методом. Визначення міцнісних характеристик деформованого шару в зоні контакту сполучених поверхонь здійснене на основі розв'язання гідродинамічної задачі.

**Ключові слова:** міцність, проміжний шар, складання, з'єднання, деформація.

*Sviatukha A. A., Plachotnikova I. B.* “Determinig the durability characteristics of the intermediate layer of the motionless connections collected by a thermal method”.

The questions of calculation of the durability characteristics of an intermediate layer in connections with a tightness collected by a thermal method are considered in the article. Determinig the durability characteristics of the deformed layer in a zone of contact of the interfaced surfaces is carried out on the basis of the solution of a hydrodynamic problem.

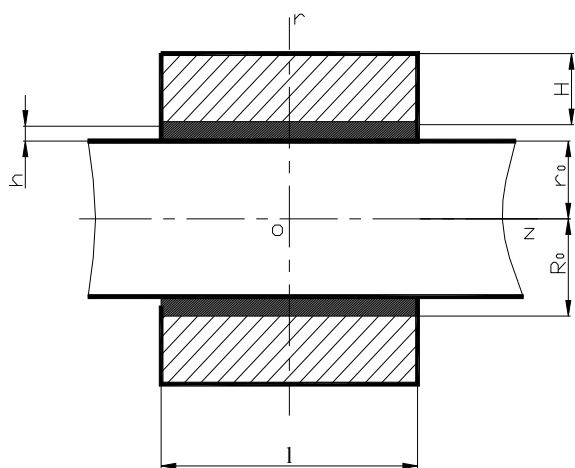
**Key words:** durability, intermediate layer, assemblage, connection, deformation.

### **1. Постановка проблемы**

Одним из распространённых видов неподвижных соединений в узлах и механизмах современных машин являются соединения с натягом. Сравнительная простота изготовления и сборки делает их применение весьма перспективным для узлов самого ответственного назначения. Особенно успешным их применение может стать в связи с разработкой прогрессивных способов сборки, позволяющих существенно повысить прочность соединений без увеличения натяга и дополнительных скрепляющих элементов (шпонки, штифты и др.). Наиболее простым и эффективным способом повышения несущей способности соединений при тепловой сборке является использование промежуточных сред в виде вязких композиционных смесей мелкодисперсных металлических порошков с глицерином [1, 2] или другими связующими материалами. Этот способ позволяет при определённом сочетании компонентов, наряду с увеличением прочности в 1,7-2,2 раза по сравнению с обычными тепловыми соединениями, осуществить разборку деталей распрессовкой без повреждения посадочных поверхностей, что создаёт возможность повторного их использования.

Повышение прочности объясняется ростом площади контакта, благодаря заполнению материалом вязкой смеси имеющих неточностей изготовления сопряженных поверхностей (конусность, овальность, микронеровности и др.). Кроме того, в процессе формирования соединения промежуточный слой изменяет свои физико-механические свойства, которые влияют на прочность и качество соединения в целом. Для определения прочности соединения необходимо знать характеристики напряжённого состояния сдеформированного промежуточного слоя, а именно: тензоры деформации и напряжений.

Настоящая работа посвящена определению напряжённого состояния промежуточного слоя в цилиндрическом соединении с натягом типа вал – втулка. Упрощённая схема такого соединения с наличием промежуточного слоя показана на рисунке 1.



**Рис. 1** – Неподвижное соединение типа вал – втулка с промежуточным слоем

В соединении при этом образуется промежуточный сжатый слой толщиной  $h$ , величина которого мала по сравнению со всеми геометрическими размерами соединения, т.е.  $h/r_0 \ll 1$ .

Для упрощения расчетов будем считать вал абсолютно жёстким, а толщину покрытия  $h$  постоянной по длине и радиусу соединения,  $h(r, z, \varphi) = const$ .

Процесс формирования промежуточного слоя при условии, что посадка втулки на вал осуществляется равномерно по всей длине, можно разделить на несколько этапов.

После свободного соединения деталей скорость сближения втулки с валом равно нулю, а затем происходит уменьшение сборочного зазора со скоростью  $v_0$ . При этом поведение нанесённого на вал вязкого слоя до момента его упрочнения соответствует поведению тонкого слоя жидкости. Поэтому можно предположить, что с некоторого момента скорости смещения частиц слоя, находящегося между сопряженными поверхностями, пропорциональны скоростям течения жидкости.

Вторым ключевым моментом деформации тонкого слоя жидкости является проявление его упругих свойств.

По мере сближения втулки с валом напряжение внутри слоя увеличивается, наступает упрочнение и после окончания процесса формирования слоя его параметры остаются постоянными.

Будем считать, что промежуточный слой на торцах соединения ведет себя так же, как и вблизи них, т.е. влиянием краев на формирование слоя пренебрегаем. Считаем также, что в

## 2. Изложение основного материала

Нагретая втулка толщиной  $H$  и длиной  $l$ , расширяясь, образует сборочный зазор между посадочными поверхностями вала радиуса  $r_0$  и втулки  $R_0$ , который полностью заполняется вязким покрытием, предварительно нанесённым на поверхность вводимого вала. Считаем, что в процессе охлаждения втулка медленно садится на вал с постоянной скоростью  $V_0$ , и конечным моментом формирования соединения будет время выравнивания температур вала и втулки.

процессе соединения промежуточный слой, являясь сплошной средой, полностью заполняет пространство между сопрягаемыми поверхностями деталей соединения.

Таким образом, рассматриваемый промежуточный слой обладает гидродинамическими, упругими и пластическими свойствами. В связи с непрерывностью физического процесса формирования слоя в соединении сначала решаем гидродинамическую задачу и ее решение используем в определении напряженного состояния промежуточного слоя.

Для соединения, представленного на рисунке, дифференциальные уравнения Навье-Стокса в цилиндрической системе координат  $r, \varphi, z$  для несжимаемой жидкости могут быть упрощены, если предположить, что:

1) давление не зависит от  $r$  либо изменяется по  $r$  так незначительно, что  $\frac{\partial P}{\partial r} = 0$ ;

2) ввиду малости толщины слоя по сравнению с геометрическими размерами соединения  $v_r = v_r(r)$ , т.е.

$$\frac{\partial v_r}{\partial z} = \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} = 0;$$

3) в силу симметрии течения решение уравнений не зависит от координаты  $\varphi$ ;

4) действием массовых сил пренебрегаем;

5) принимаем процесс стационарным. В уравнениях  $R, \Phi, Z$  – массовые силы;  $v_r, v_z, v_\varphi$  – составляющие скорости течения частицы жидкости;  $\rho$  – плотность жидкости;  $\nu$  – кинематический коэффициент вязкости;

б) ввиду малой толщины слоя пренебрегаем членами

$$v_r \frac{\partial v_z}{\partial z} \text{ и } v_z \frac{\partial v_z}{\partial z}.$$

В силу допущения п. 2 из уравнения сплошности среды следует, что если  $v_r$  не зависит от  $z$ , то

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r} = \varphi(r)$$

и тогда

$$v_z = \varphi(r)z + C_1.$$

Очевидно, что  $\frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} = 0$  и с учётом принятых допущений уравнения Навье-Стокса принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial r} &= 0; \\ \nu \left( \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{\partial v_r}{r \partial r} - \frac{v_r}{r^2} \right) &= 0; \\ \nu \left( \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{\partial v_z}{r \partial r} \right) - \frac{\partial P}{r \partial r} &= 0; \\ \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{v_r}{r} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Подставим  $v_z = \varphi(r)z + C_1$  в третье уравнение системы (1)

$$v \left( \varphi'' + \frac{\varphi'}{r} \right) z = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z},$$

или

$$v \left( \varphi'' - \frac{\varphi'}{r} \right) = - \frac{1}{\rho z} \frac{\partial P}{\partial z}, \quad (2)$$

так как правая часть зависит только от  $z$ , а левая только от  $r$ , то примем, что

$$- \frac{1}{\rho z} \frac{\partial P}{\partial z} = A. \quad (3)$$

Тогда третье уравнение системы преобразуем к виду

$$\varphi'' - \frac{\varphi'}{r} = - \frac{A}{v}. \quad (4)$$

Это линейное уравнение второго порядка, которое после обозначения  $\varphi' = U$  и  $\varphi'' = U'$  запишем в виде

$$U' - \frac{U}{r} = \frac{A}{v}. \quad (5)$$

Решаем это уравнение методом Бернулли. Пусть  $U = f\psi$ , тогда  $U' = f\psi' + \psi'f$ .

Подставляем  $U$  в уравнение (5)

$$f'\psi + \psi'f + \frac{\psi f}{r} = \frac{A}{v}. \quad (6)$$

Полагаем

$$f \left( \psi' + \frac{\psi}{r} \right) = 0 \quad (7)$$

отсюда  $\psi' + \frac{\psi}{r} = 0$ . Разделим переменные

$$\frac{d\psi}{\psi} = - \frac{dr}{r}; \quad \ln \psi = - \ln r, \quad \text{т.е. } \psi = \frac{1}{r}. \quad (8)$$

Согласно уравнению (7) уравнение (6) преобразуется в уравнение

$$f' \frac{1}{r} = \frac{A}{v}; \quad \frac{df}{dr} = \frac{A}{v} r. \quad (9)$$

После интегрирования получим

$$\varphi(r) = \frac{A r^2}{v} + B_1 \ln r + B_2. \quad (10)$$

Предположим, что частицы жидкости прилипают к поверхностям втулки и вала при сближении поверхности втулки в процессе ее охлаждения после соединения в узел, т.е.

$$\begin{aligned} v_z = \varphi(r_0)z &= 0; \\ v_z = \varphi(R_0)z &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

отсюда следует  $\varphi(r_0)z = \varphi(R_0)z = 0$ . Теперь получаем следующую систему уравнений для

определения  $B_1$  и  $B_2$ :

$$\begin{aligned} \frac{Ar_0^2}{4\nu} + B_1 \ln r_0 + B_2 &= 0 \\ \frac{AR_0^2}{4\nu} + B_1 \ln R_0 + B_2 &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Решая эту систему, находим  $B_1 B_2$  и подставляем в уравнение (10)

$$\begin{aligned} \varphi(r) &= \frac{A}{4\nu} \left[ r^2 - r_0^2 + (R_0^2 - r_0^2) \ln \frac{r}{r_0} \right], \\ \varphi(r) &= \frac{A}{4\nu} \left[ r^2 - r_0^2 + (R_0^2 - r_0^2) \ln \frac{r}{r_0} \right], \end{aligned} \quad (13)$$

где  $R_0 = r_0 + h$ , или

$$v_z = \frac{Az}{4\nu} \left[ r^2 - r_0^2 + (R_0^2 - r_0^2) \ln \frac{R_0}{r_0} \ln \frac{r}{r_0} \right]. \quad (14)$$

Интегрируя уравнение неразрывности при условии, что  $v_r(R_0) = -v_0$ ;  $v_r(r_0) = 0$ , совместно с первым уравнением (1) получим, что

$$A = \frac{R_0 v_0 4\nu}{B} \quad (15)$$

где

$$B = \int_{r_0}^{R_0} r \varphi(r) dr. \quad (16)$$

Окончательно имеем

$$v_z = \frac{R_0 v_0}{B} z \varphi(r). \quad (17)$$

Следуя предположениям п.п. 1-6 и принимая  $v_r$  не зависящим от вязкости, получим для него следующее уравнение:

$$\frac{d^2 v_r}{dr^2} + \frac{dv_r}{r dr} - \frac{v_r}{r^2} = 0. \quad (18)$$

Интегрируя это уравнение при граничных условиях  $v_r(R_0) = -v_0$ ,  $v_r(r_0) = 0$ , преобразуем его к виду

$$\left( v'_r + \frac{v_r}{r} \right) = 0. \quad (19)$$

Затем после интегрирования и некоторых преобразований получим

$$v_r = \frac{v_0 R_0}{R_0^2 - r_0^2} \frac{r_0^2 - r^2}{r}. \quad (20)$$

Если, как указывалось ранее, толщина покрытий  $h$  намного меньше всех линейных

размеров соединения, то можно пренебречь величинами, содержащими  $\left(\frac{h}{r_0}\right)^2$ , т.е.

предположим, что  $\left(\frac{h}{r_0}\right)^2 \ll \frac{h}{r_0}$ .

После упрощений получим

$$v_r = \frac{v_0(1+\varepsilon)r_0^2 - r^2}{2r_0\varepsilon}; \quad (21)$$

$$v_r = \frac{v_0 z}{2r_0^3} \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon} \left[ r^2 - r_0^2 - r_0^2(2+\varepsilon) \ln \frac{r}{r_0} \right], \quad (22)$$

где

$$\varepsilon = \frac{h}{r_0}.$$

Далее переходим к определению осесимметричного напряженного состояния промежуточного слоя. В этом случае тензоры деформаций  $T\varepsilon$  и напряжений  $T\sigma$  имеют вид [3]:

$$T\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_r & 0 & \varepsilon_{rz} \\ 0 & \varepsilon_\varphi & 0 \\ \varepsilon_{zr} & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix}; \quad (23)$$

$$T\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_r & 0 & \sigma_{rz} \\ 0 & \sigma_\varphi & 0 \\ \sigma_{zr} & 0 & \sigma_z \end{pmatrix}, \quad (24)$$

где  $\sigma_z, \sigma_\varphi, \sigma_r$  – напряжения, направленные вдоль соответствующих осей;  $\sigma_{rz} = \sigma_{zr}$  – касательные напряжения;  $\varepsilon_r, \varepsilon_\varphi, \varepsilon_z, \varepsilon_{rz}$  – компоненты относительных деформаций. Обозначим через  $U_r, U_\varphi, U_z$  – компоненты перемещений. Известно [3], что относительные деформации и перемещения связаны соотношениями:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial U_r}{\partial r}; \quad \varepsilon_\varphi = \frac{U_r}{r}; \quad \varepsilon_z = \frac{\partial U_z}{\partial z}; \quad (25)$$

$$\varepsilon_{rz} = \frac{\partial U_z}{\partial r} + \frac{\partial U_r}{\partial z}; \quad \varepsilon_{zr} = \varepsilon_{rz}.$$

При условии совместности деформаций

$$\frac{\partial \varepsilon_\varphi}{\partial r} = \frac{\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi}{r}. \quad (26)$$

предположим, что начиная с некоторого момента времени в промежуточном слое скорость смещения его частиц пропорциональна скорости течения жидкости, т.е.

$$\frac{\partial U_r}{\partial t} = K_1 v_r; \quad \frac{\partial U_z}{\partial t} = K_2 v_z. \quad (27)$$

Так как  $v_r$  и  $v_z$  не зависят от времени  $t$ , то

$$U_r = K_1 v_r t + C_1; \quad U_z = K_2 v_z t + C_2. \quad (28)$$

Из начального состояния вещества известно, что при  $t=0$   $U_r=U_z=0$ , т.е.  $C_1=C_2=0$ .  
Поэтому

$$U_r = K_1 v_r t; \quad U_z = K_2 v_z t. \quad (29)$$

Зная перемещения, можно найти относительные деформации:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= K_1 \frac{\partial v_r}{\partial r} t; & \varepsilon_\varphi &= K_2 \frac{v_r}{r} t; \\ \varepsilon_z &= K_2 \frac{\partial v_z}{\partial z} t; & \varepsilon_{rz} &= K_2 \frac{\partial v_r}{\partial r} t + K_1 \frac{\partial v_r}{\partial z} t \end{aligned} \quad (30)$$

так как  $v_r$  не зависит от  $z$ , то

$$\varepsilon_{rz} = K_2 \frac{\partial v_z}{\partial r} t.$$

Предположим, что в локальной области справедливы линейные соотношения между деформациями и напряжениями [3]

$$\frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{\varepsilon_r - \varepsilon_\varphi} = \frac{\sigma_r - \sigma_z}{\varepsilon_r - \varepsilon_z} = \frac{\sigma_\varphi - \sigma_z}{\varepsilon_\varphi - \varepsilon_z} = E'; \quad \sigma_{rz} = \mu' \varepsilon_{rz}. \quad (31)$$

Предположение (31) позволяет проинтегрировать уравнение равновесия и найти компоненты тензора напряжений. Последние удовлетворяют условию равновесия осесимметричного напряженного состояния

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = 0; \quad \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} = 0 \quad (32)$$

Найдем  $\sigma_r - \sigma_\varphi$  и  $\sigma_{rz}$  из соотношения (31) и, используя (30), подставим в первое уравнение (32)

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial r} + \frac{\sigma}{\sigma z} \mu' \gamma_2 \frac{\partial v_z}{\partial r} t + \frac{E' \gamma_1}{r} \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r} \right) t = 0. \quad (33)$$

Считая, что  $\mu' \gamma_2 = E' \gamma_1 = \gamma$  постоянные для всего слоя, перепишем последнее равенство

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = -\gamma \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) t - \frac{\gamma}{r} \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r} \right) t \quad (34)$$

или

$$d\sigma_r = -\gamma d \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} t \right) - \frac{\gamma}{r} t \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r} \right) dr. \quad (35)$$

Интегрируя (35), получаем

$$\sigma_r = -\gamma \frac{\partial v_z}{\partial z} t - \gamma t \int_{r_0}^r \frac{\frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r}}{r} dr. \quad (36)$$

Найдем  $\frac{\partial v_z}{\partial z}$ ,  $\frac{\partial v_r}{\partial r}$ ,  $\frac{v_r}{r}$  из уравнений (21), (22) и (30)

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{v_0}{2r_0^3} \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon} \left[ r^2 - r_0^2 - r_0^2 (2+\varepsilon) \ln \frac{r}{r_0} \right]. \quad (37)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial r} = \frac{\partial_0 t}{2r_0} \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon} \left( -\frac{r_0^2}{r^2} - 1 \right) = -\frac{v_0}{2r_0} \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon} \left( \frac{r_0^2 + r^2}{r^2} \right); \quad (38)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r} = -\frac{v_0 t (1+\varepsilon)}{2r_0 \varepsilon} \frac{r_0^2 + r^2}{r^2} - \frac{v_0 t (1+\varepsilon)}{2r_0 \varepsilon} \frac{r_0^2 - r^2}{r^2}$$

или

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r} = \frac{v_0 t (1+\varepsilon)}{\varepsilon} \frac{r_0^2}{r^2}. \quad (39)$$

Величина напряжения вдоль оси  $z$  может быть найдена по формуле (36)

$$\sigma_r = -\gamma \frac{v_0 t}{2r_0^3} \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon} \left[ r^2 - r_0^2 - r_0^2 (2+\varepsilon) \ln \frac{r}{r_0} - \gamma \frac{v_0 t (1+\varepsilon)}{2r_0 \varepsilon r^2} (r_0^2 - r^2) \right]. \quad (40)$$

Подставляя  $\frac{\partial v_z}{\partial t}$  в последнее уравнение (30), а  $\varepsilon_z$  в последнее уравнение (31),

получим

$$\sigma_{rz} = \gamma \frac{v_0 t z}{2r_0^3} \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon} \left[ 2r - r_0^2 (2+\varepsilon) \frac{1}{r} \right]. \quad (41)$$

Очевидно, что

$$\sigma_\varphi = \sigma_r - \gamma \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r} \right) t$$

или

$$\sigma_\varphi = \frac{\gamma v_0 t (1+\varepsilon)}{\varepsilon} \frac{1}{\varepsilon} \left[ r^2 - r_0^2 - r_0^2 (2+\varepsilon) \ln \frac{r}{r_0} \right] + \gamma \frac{v_0 t (1+\varepsilon)}{\varepsilon} \frac{r_0}{r^2}. \quad (42)$$

Из второго уравнения (32) найдём  $\sigma_z$ . Зная  $\sigma_{rz}$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \gamma \frac{2v_0 t (1+\varepsilon)}{r_0^3 \varepsilon} z.$$

Интегрируя в пределах от  $z$  до  $\frac{l}{2}$ , получим

$$\sigma_z = \gamma \frac{v_0 t (1+\varepsilon)}{r_0^3 \varepsilon} \left( z^2 - \frac{l}{4} \right). \quad (43)$$

Таким образом, все компоненты тензора напряжений определены. Комбинируя (21) и (30), запишем компоненты тензора деформаций  $T_\varepsilon$ :

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= K_1 \frac{v_0 t (1+\varepsilon)}{2r_0 \varepsilon} \frac{r_0^2 + r^2}{r^2}; \\ \varepsilon_\varphi &= K_1 \frac{v_0 t (1+\varepsilon)}{2r_0 \varepsilon} \frac{r_0^2 - r^2}{r^2}; \\ \varepsilon_z &= K_2 \frac{v_0 t (1+\varepsilon)}{2r_0^3 \varepsilon} \left[ r^2 - r_0^2 - r_0^2 (2+\varepsilon) \ln \frac{r}{r_0} \right]; \\ \varepsilon_{rz} &= K_2 \frac{v_0 t (1+\varepsilon)}{2r_0^3 \varepsilon} \left[ 2r - \frac{r_0^2}{r} (2+\varepsilon) \right]. \end{aligned} \quad (44)$$



**Выводы**

Полученные расчётные зависимости для определения напряжений и деформаций в каждой точке промежуточного слоя позволяют в процессе конструирования неподвижного соединения прогнозировать необходимые характеристики его несущей способности, например, усилие сдвига, контактное давление и др.

**Список использованных источников:**

1. А.с. 474421 СССР, МКИ В 23р 11/02. Способ соединения деталей / Г. Я. Андреев, А. А. Святуха, В. А. Белостоцкий / Укр. заоч. политехн. ин-т (УЗПИ). – № 1904143/ 25-27; Заявл. 30.03.73; Оpubл. 25.06.75; Бюл. № 23. – 2 с.
2. Кравцов М. К. Промежуточные среды в соединениях с натягом : монография / М. К. Кравцов, А. А. Святуха, В. В. Чернов. – Харьков : Штрих, 2001. – 200 с.
3. Расчёты на прочность в машиностроении : Т. 2, 3 / под ред. С. Д. Пономарёва [и др.]. – М. : Машгиз, 1958.

Стаття надійшла до редакції 5 травня 2014 р.