

©Подоляк О.С., Шевченко С.И., Фесенко Г.И., Лифшиц А.Ю.

## **О ВЛИЯНИИ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ НА ПРОЦЕСС ФОРМИРОВАНИЯ УСИЛИЙ В ПРИВОДЕ МЕХАНИЗМА ПОДЪЕМА**

### **1. Введение**

Привод механизма подъема представляет собой сложную механическую систему с жесткостными и инерционными параметрами, определяющими амплитудно-частотную характеристику колебательного процесса. При проектировании или модернизации следует обращать внимание на необходимость отстройки механической системы от возможности возникновения таких негативных явлений, как биение и резонанс.

### **2. Цель и задачи статьи**

В данной статье определяется соотношение моментов инерции и жесткостей, при которых в системе могут возникнуть биения.

### **3. Анализ опубликованной литературы**

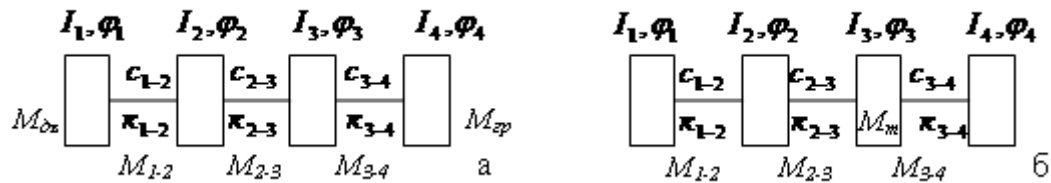
Вопросом возникновения биений в колебательных процессах занимались многие ученые [1–4] однако их исследования ограничивались изучением систем с двумя степенями свободы в связи со сложностью вычислений. Расчеты современных механизмов грузоподъемных машин требуют рассмотрения более сложных систем.

### **4. Основная часть**

#### **4.1. Определение динамических колебаний системы**

Принципиальную схему механизма подъема крана заменим динамически эквивалентной схемой (рис. 1), обладающей таким же энергетическим запасом

для режима подъем – опускание груза (включение грузовой лебедки). Приведение дискретных масс выполняем, исходя из равенства кинетических энергий приводимой и приведенной массы; приведение жесткостей – из условия равенства потенциальных энергий, приведение внешних моментов из условия равенства секундних работ [5].



**Рис. 1** – Динамически эквивалентная схема механизма подъема крана в режиме а – подъем; б – опускание

Здесь  $I_1$  – момент инерции двигателя и муфты сцепления;  $I_2$  – момент инерции коробки передач и коробки отбора мощности;  $I_3$  – момент инерции остальных вращающихся частей привода приведенных к барабану грузовой лебедки;  $I_4$  – момент инерции груза;  $c_{1-2}$  – крутильная жесткость пружин демпфера;  $c_{2-3}$  – жесткость карданного вала привода;  $c_{3-4}$  – крутильная жесткость каната (остальные валы считаем абсолютно жесткими);  $k_{1-2}$  – коэффициент неупругого сопротивления демпфера крутильных колебаний;  $k_{2-3}$  – коэффициент неупругого сопротивления карданного вала привода;  $k_{3-4}$  – коэффициент неупругого сопротивления каната;  $M_{dv}$  – внешний момент двигателя;  $M_{gp}$  – грузовой момент,  $M_m$  – тормозной момент;  $M_{1-2}$ ,  $M_{2-3}$ ,  $M_{3-4}$  – моменты в упругих связях.

Запишем систему дифференциальных уравнений для эквивалентной схемы механизма подъема (рис. 1) в режиме подъем – опускание, используя метод, изложенный в [3], здесь за независимые обобщенные координаты приняты моменты в упругих связях.

$$\left. \begin{aligned} \ddot{M}_{12} + \kappa_{12} \left( \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) \dot{M}_{12} + \beta_{12}^2 M_{12} - \frac{c_{12} \kappa_{23}}{c_{23} I_2} \dot{M}_{23} - \frac{c_{12}}{I_2} M_{23} &= \frac{c_{12}}{I_1} M_{\partial e}(t); \\ \ddot{M}_{23} + \kappa_{23} \left( \frac{1}{I_2} + \frac{1}{I_3} \right) \dot{M}_{23} + \beta_{23}^2 M_{23} - \frac{c_{23} \kappa_{12}}{c_{12} I_2} \dot{M}_{12} - \frac{c_{23}}{I_2} M_{12} - \frac{c_{23} \kappa_{34}}{c_{34} I_3} \dot{M}_{34} - \frac{c_{23}}{I_3} M_{34} &= 0; \\ \ddot{M}_{34} + \kappa_{34} \left( \frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4} \right) \dot{M}_{34} + \beta_{34}^2 M_{34} - \frac{c_{34} \kappa_{23}}{c_{23} I_3} \dot{M}_{23} - \frac{c_{34}}{I_3} M_{23} &= -\frac{c_{34}}{I_4} M_{\partial p}(t); \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

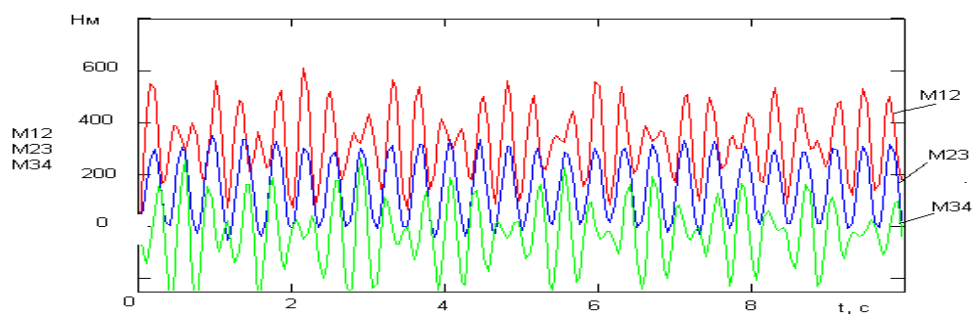
где

$$\beta_i^2 = c_i \left( \frac{1}{I_i} + \frac{1}{I_{i+1}} \right) \quad - \quad \text{частоты свободных колебаний парциальных}$$

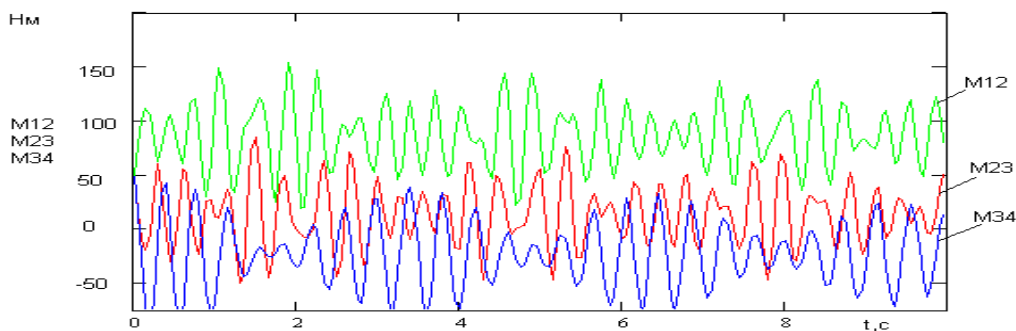
двухмассовых систем без учета сил трения.

Определив моменты инерции, жесткости упругих элементов, коэффициенты неупругого сопротивления и внешние моменты [5], вычислим при помощи системы уравнений (1) упругие моменты в системе для режима подъем – опускание груза. Длина каната при подъеме 15 метров при опускании 10 метров. Подъем осуществляем с земли. Систему уравнений решим, воспользовавшись методом Рунге Кутты.

Из рисунков (рис. 2, 3) видно, что моменты в упругих звеньях  $M_{1-2}$ ,  $M_{2-3}$ ,  $M_{3-4}$  механической системы носят колебательный затухающий характер, причем ряд моментов имеют характер биений.



**Рис. 2** – Изменение моментов  $M_{1-2}$ ,  $M_{2-3}$ ,  $M_{3-4}$  в режиме подъема груза



**Рис. 3** – Изменение моментов  $M_{1-2}$ ,  $M_{2-3}$ ,  $M_{3-4}$  в режиме опускания груза

## 4.2. Свободные крутильные колебания системы

Представим, что система имеет  $n$  степеней свободы. Углы поворота дисков – обобщенные координаты:  $q_1, q_2, \dots, q_n$ .

Пусть  $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$  – моменты инерции вращающихся масс относительно оси вала,  $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$  – коэффициент жесткости участков вала. Тогда  $c_1(q_1 - q_2)$ ,  $c_2(q_2 - q_3)$  и т.д. – представляют крутящие моменты для участков вала между дисками. На первый диск при колебаниях действует момент  $c_1(q_1 - q_2)$ , на второй  $c_1(q_1 - q_2) - c_2(q_2 - q_3)$  и т.д.

Заметим, что 
$$c_1 = \frac{GI_\rho}{l_1}; c_2 = \frac{GI_\rho}{l_2}, \dots, c_{n-1} = \frac{GI_\rho}{l_{n-1}},$$

где:  $l_1, l_2, \dots, l_{n-1}$  – длина участков вала,  $G$  – модуль сдвига,  $I_\rho$  – полярный момент инерции поперечного сечения вала.

Кинетическая энергия системы:

$$T = \frac{1}{2} (\dot{q}_1^2 + \dots + I_n \dot{q}_n^2) \quad (2)$$

потенциальная энергия

$$\Pi = \frac{1}{2} [c_1(q_2 - q_1)^2 + c_2(q_3 - q_2)^2 + \dots + c_{n-1}(q_n - q_{n-1})^2]. \quad (3)$$

Дифференциальные уравнения движения



$$C = \frac{I_1 + I_2 + I_3 + I_4}{I_1 I_2 I_3 I_4} c_1 c_2 c_3.$$

После математических преобразований представим уравнение (5) в следующем виде:

$$x^3 - Ax^2 + Bx - C = 0 \quad (6)$$

Биения происходят в том случае, когда  $x_2 - x_1 \ll x_1$ , т.е.  $x_1 \approx x_2$  [2].

Пусть уравнение (6) имеет два равных корня  $d$  и третий –  $e$ ,

тогда

$$(x - d)^2(x - e) = x^3 - x^2(2d + e) + xd(d + 2e) - ed^2 = x^3 - Ax^2 + Bx - C. \quad (7)$$

Имеем:

$$\begin{cases} 2d + e = A, \\ d(d + 2e) = B, \\ ed^2 = C; \end{cases} \quad (8)$$

отсюда

$$3d^2 - 2Ad + B = 0 \quad (9)$$

$$d_{1,2} = \frac{2A \pm \sqrt{4A^2 - 12B}}{6}, \quad (10)$$

и  $d_1 = d_2 = d = \frac{A}{3}$ , если  $A^2 = 3B$ ,  $e = \frac{C}{d^2}$ .

Присвоим значения

Таким образом, если комбинация моментов инерции и жесткостей такова, что выполняется условие

$$\begin{aligned} & \left( \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} c_1 + \frac{I_2 + I_3}{I_2 I_3} c_2 + \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} c_3 \right)^2 = \\ & = 3 \left( \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_1 I_2 I_3} c_1 c_2 + \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} \cdot \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} c_1 c_3 + \frac{I_2 + I_3 + I_4}{I_2 I_3 I_4} c_2 c_3 \right), \end{aligned}$$

то в системе выполняется условие возникновения явления биения.

## **Выводы**

Предложенный метод можно использовать в качестве проверочного в инженерных расчетах при проектировании или модернизации подобных систем.

## **Список использованных источников:**

1. Мендельштамм Л. И. Лекции по теории колебаний / Л. И. Мендельштамм. – М.: Наука, 1972. – 418 с.
2. Яблонский А. А. Курс теории колебаний / А. А. Яблонский, С. С. Норейко. – М.: Высш. шк., 1975. – 248 с.
3. Федорова З. М. Подъемники / З. М. Федорова, И. Ф. Лукин, А. П. Нестеров. – К.: Вища шк., 1976. – 296с.
4. Пановко Я. Г. Введение в теорию колебаний / Я. Г. Пановко. – М.: Наука, 1991. – 256 с.
5. Нестеров А. П. Динамические нагрузки в трансмиссии автомобильных кранов при переходных процессах / А. П. Нестеров, О. С. Подоляк, А. В. Чернышенко // Збірник наукових праць УДАЗ. – 2006. – № 73. – С. 127–135.

*Подоляк О.С., Шевченко С.И., Фесенко Г.И., Лифшиц А.Ю.* «О влиянии конструктивных параметров на процесс формирования усилий в приводе механизма подъема».

В статье рассмотрены вопросы влияния конструктивных особенностей многомассовой механической системы на колебательный силовой процесс при неустановившихся режимах работы механизма подъема автомобильного крана.

**Ключевые слова:** привод, подъем, колебания, система, автомобильный кран.

*Подоляк О.С., Шевченко С.І., Фесенко Г.І., Ліфшиц А.Ю.* «Про вплив конструктивних параметрів на процес формування зусиль в приводі механізму піднімання».

В статті розглянуті питання впливу конструктивних особливостей багатомасової механічної системи на коливальний силовий процес при несталих режимах роботи механізму піднімання автомобільного крана.

**Ключові слова:** привод, підйом, колювання, система, автомобільний кран.

*Podolyak O.S., Shevchenko S.I., Fesenko G.I., Lifshytc A.Yu.* “About design factors influence on the generation of efforts process in hoisting mechanism drive”.

In the article the questions of design factors influence of multimass mechanical system on the force process by instability condition of hoisting mechanism of automobile crane operation are considered.

**Key words:** drive, hoist, oscillating, system, automobile crane.

Стаття надійшла до редакції 10 травня 2012 р.