УДК 621.867-252

© **Родионов Л.А.**

ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ОБОЛОЧКА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЛОКАЛЬНОЙ НАГРУЗКИ

Прогиб свободного опорной цилиндрической оболочки, нагруженной сосредоточенной силой P равен [1]

$$w = \frac{\ell^4}{2Д}\sum_m\sum_n \Delta mn Z_{mn}\cos m\theta \sin\frac{n\pi x^1}{\ell} \qquad (1)$$

где $\Delta mn = \frac{2}{N}(m^2\alpha^2 + n^2\pi^2)^2;$

$$N = (m^2\alpha^2 + n^2\pi^2)^4 + 12(1-\upsilon^2)n^4\pi^4\alpha^4\gamma^2 - m^2\alpha^4[2m^4\alpha^4 +$$
$$+(6+\upsilon-\upsilon^2)n^4\pi^4 + (7+\upsilon)m^2\alpha^2n^2\pi^2]$$

$$Z_{mn} = \frac{P}{\pi a\ell}\sin\frac{n\pi\xi}{\ell}$$

(m = 0, n = 1, 2, 3 ….)

$$Z_{mn} = \frac{2P}{\pi a\ell}\cos\frac{m}{a}\eta\sin\frac{n\pi\xi}{\ell}$$

(m = 1,2,3….; n = 1,2,3….)

$Д = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$; $\alpha = \ell/a$; $\gamma = a/h$ (см. рис. 1).

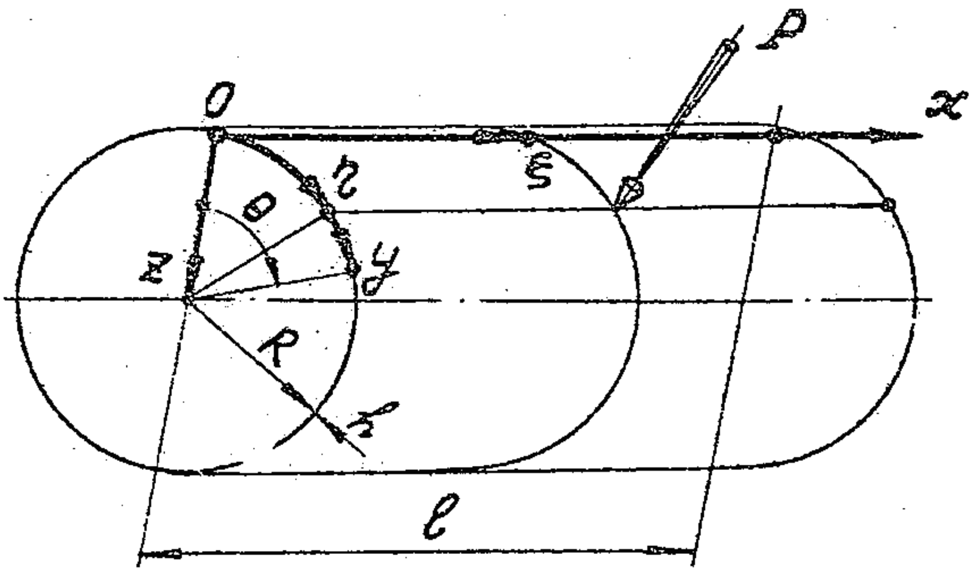

Рис. 1 - Сосредоточение усилия на цилиндрическую оболочку

По (1) для $\xi = \ell / 2$ и широкого набора параметров оболочек и сосредоточенных нагрузок получены результаты расчетов w, обработанные по методу наименьших квадратов они позволили получить выражения для w (вдоль линий θ = 0 и x = ℓ / 2) в виде полинома третьей степени:

для θ = 0

$$w = \frac{P}{E^a}\gamma^{2+\delta}\beta^{\alpha}\sum_{h=0}^{3}(-1)^h\frac{C_\kappa}{K^1}|u|^{\hat{E}} ;$$

где $-1 \le u \le 1; \quad u = \frac{x - \ell/2}{a}; C_0 = 1$

для x = ℓ / 2

$$w = \frac{P}{E^a}\gamma^{2+\delta}\rho^2\sum_{k=0}^{3}(-1)^h\frac{C_k}{K^1}|\theta|^k$$

$-1 \le \Theta \le 1; C_0 = 1; \delta = 0,211$

C_h, β и δ - представлены в виде графиков в [2]. Таким образом задача расчета конструкций вида цилиндрических оболочек, подверженных действию различного рода локальных нагрузок (в краностроении – конвейерные, канатные барабаны, элементы несущих оболочковых конструкций и т.п.) сводится к решению интегрального уравнения вида

$$Y(x) = f(x) + \lambda \int_{-a}^{+a} \Theta(|x-t|) y(t) dt , \qquad (2)$$

где ядро имеет вид

$$\Theta \text{ (x)} = \sum_{k=0}^{n} \frac{C_k}{K'} |X|^k \qquad (3)$$

Интегрируя (2) по частям, можно получить

$$\text{y (x) = f (x) + } \lambda \left\{ 2\sum_{k=0} \Theta^{(2_k+1)}(0) y_{2k+2}(x) + \sum_{k=0} (-1)^K y_{k+1}(a) \times \right\}$$

$$\times [\Theta^{(k)}(a+x) + \Theta^{(k)}(a-x)] , \qquad (4)$$

где y_0 (x) = y (x), $\varphi_k^{(x)} = \int_0^x \varphi_{k-1}(t) dt$,

$\varphi_k^{(-a)} = (-1)^k \varphi_k^{(a)}$.

Пусть $T_k^{(x)} = (-1)^k [\Theta^{(k)}(a+x) + \Theta^{(k)}(a-x)],$

$\Psi(s), F(s), \tau(s) -$ изображения функций φ(x), f(x), T(x).

Из (4) получаем

$$\psi\text{(s) = F(s) + } \lambda [2\sum_{k=0}^{n} \Theta^{(2k+1)}(0) \frac{\Psi(s)}{S^{2k+2}} + \sum_{k=0}^{n} \tau_k(s) \varphi_{k+n}(a) \} ,$$

$$\psi\text{(s)} = \frac{F(s) + \alpha\lambda \sum_{k=0}^{n} \tau_k(s)}{1 - 2\lambda \sum_{k=0}} \frac{\varphi_{k+1(a)}}{\frac{\Theta^{(2k+1)}(0)}{S^{2k+2}}} ,$$

причем

$$2\sum \frac{Q^{(2k\text{н})}(0)}{S^{2k+2}} \to Q(x) - Q(-x)$$

Пусть

$$\frac{1}{1 - 2\lambda \sum \frac{Q^{(2k+1)}(0)}{S^{2k+2}}} \to \omega(x),$$

тогда

$$\varphi(x) = f * \omega + 2\lambda \sum \varphi_k(a) \ell_k(x),$$

где $\ell_k(x) = T_k(x)*w(x)$ – свертка функций $T_k(x)$ и $w(x)$.

В конечном счете

$$\varphi_v(a) = \beta_v + 2\lambda \sum \varphi_k (a)\, \alpha_{k},v, \qquad \text{где}$$

$$\alpha_{k},v = \int\limits_o^a (\ell_k)_{v-1} dx; \beta_v = \int\limits_o^a (f * \omega)_{v-1} dx.$$

Так как

$$\int\limits_0^x f \cdot \omega dx = f \cdot \omega_1,$$

то $$\alpha_{k,v} = \int\limits_0^a T_k \cdot \omega_{v-1} dx; \qquad \beta_v = \int\limits_0^a t \cdot \omega_{v-1} dx.$$

Список использованных источников

1. Вопросы прочности цилиндрических оболочек. / под ред. В. М. Даревского. – М. : Оборонгиз, 1960.
2. Ковальский Б. С. Радиальные перемещения цилиндрической оболочки при действии сосредоточенной силы / Б. С. Ковальский, А. П. Кузьменко // Расчеты деталей машин и элементов сооружений / ХВКИУ – Х. , 1971. – Вып. 4. – С. 30–35.

Родионов Л.А. «Цилиндрическая оболочка под действием локальной нагрузки»

В статье рассматривается аппроксимация ядра с помощью полиномов, что значительно упрощает решение интегральных уравнений, к которым сводится формулировка задач о совместной работе цилиндрической оболочки с конструктивными элементами жесткости.

Родіонов Л. А. «Циліндрична оболонка під дією локального навантаження»

У статті розглядається апроксимація ядра за допомогою поліномів, що значно спрощує рішення інтегральних рівнянь, до яких зводиться

формулювання завдань про спільну роботу циліндричної оболонки з конструктивними елементами жорсткості.

Rodionov L. «Cylindrical shell under an action the local loading»

In the article approximation of kernel is examined by polynomial, which simplifies the decision of integral equalizations to which definition of problems is taken about joint work of cylindrical shell with the structural elements of inflexibility considerably.