УДК 62-50

©Ловейкін В.С., Ромасевич Ю.О.

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ РУХОМ КРАНОВОГО ВІЗКА. ЧАСТИНА ІІ

1. Постановка проблеми

У першій частині статті було синтезовано оптимальне керування рухом кранового візка з вантажем при усуненні коливань останнього у момент зупинки візка. Однак процес синтезу керування проходив з припущенням, що обмеження на керування відсутні, що, у загальному випадку, не відображає реальні можливості приводу візка. Отже необхідно певним чином обмежити керуюче зусилля при цьому зберігши його основні властивості – властивість керування по фактичним фазовим координатам системи „візок-вантаж" та властивість усунення коливань вантажу до кінця зупинки візка.

2. Аналіз останніх досліджень та публікацій

Необхідно вказати, що класичне варіаційне числення не дає змоги отримати оптимальне керування при обмеженнях на керування. Виключення можуть становити деякі задачі при розв'язуванні яких використовується метод штрафів [1].

Для отримання оптимального керування при обмеженні його величини придатні методи динамічного програмування та метод принципу максимуму. Принцип максимуму дає змогу отримати необхідні та достатні (для лінійних систем) умови екстремуму функціоналу. Цей метод є більш загальним аніж варіаційне числення: з нього можна отримати умови екстремуму функціоналу – рівняння Ейлера-Пуассона [2]. Принцип максимуму встановлює якісну картину структури оптимального керування, однак він не дає відповіді про кількісні характеристики руху системи. Це означає, що принцип максимуму дозволяє знайти характер функції керування (наприклад, з класу кусочно-постійних функцій і визначити кількість перемикань керування), але за допомогою інших методів необхідно знаходити координати точок сполучення кусків функції оптимального керування. При розв'язуванні задачі усунення коливань вантажу за найкоротший час такими „допоміжними" методами є метод фазової площини [3] та метод розв'язування трансцендентних рівнянь [4]. Однак, як було вказано у першій частині статті синтезоване за допомогою принципу максимуму оптимальне керування не враховує фактичний стан координат системи.

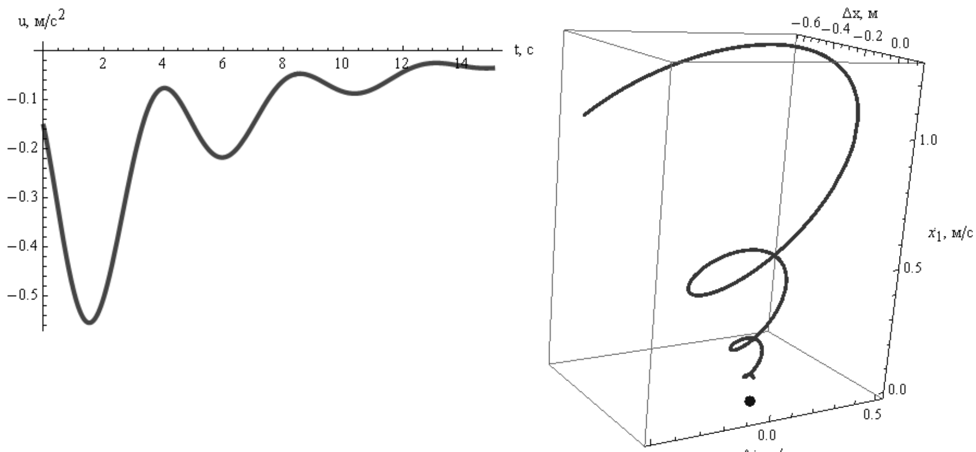
Інша справа при використанні методу динамічного програмування. Основне функціональне рівняння цього методу, за умови відсутності обмежень, дає змогу синтезувати оптимальне керування у формі зворотного зв'язку. Однак накладання на керування обмежень сильно ускладнюють вихідну задачу. Що стосується дискретної форми динамічного програмування (так званий багатокроковий процес прийняття рішень щодо керування), то Р.Беллман вказує [5], що сама природа обмежень на керування „допомагає" розв'язувати задачу. Дійсно, не потрібно перебирати увесь спектр можливих керувань на кожному кроці, оскільки ширина зони перебору керувань апріорі обмежена. Нажаль, таке твердження не поширюється на неперервний аналог динамічного програмування.

3. Постановка мети та задач дослідження

Метою приведеного дослідження у другій частині статті є розробка алгоритму роботи системи керування рухом кранового візка, при якій би обмеження на керування були враховані. Відповідно до мети ставляться такі задачі: 1) проаналізувати вплив на величину керування коефіцієнту δ_u; 2) визначити умову закінчення перехідного процесу; 3) запропонувати алгоритм роботи цифрової системи керування при якому б враховувались обмеження на керування; 4) вказати перспективи подальших досліджень у напрямку використання розробленої методики обмеження динамічних на кінематичних характеристик руху динамічних систем.

4. Виклад основного матеріалу

Вираз оптимального керування, отриманого у першій частині дослідження має такий вигляд $u = u(\dot{x}_2, \ddot{x}_2, \dddot{x}_2, \delta_0, \delta_1, \delta_2, \omega)$. Оскільки фазові координати при керуванні системою постійно змінюються, то у деякий момент часу може бути, що $u > u_{\max}$. При цьому вважається, що коефіцієнти при одиничних критеріях у виразі (10) першої частини статті є постійними величинами. Вибір цих коефіцієнтів проводиться різними способами: експертним [6]; шляхом забезпечення додаткових крайових умов руху системи [7] або більш загально – шляхом мінімізації термінального функціоналу; шляхом мінімізації додаткових критеріїв руху системи [8]; шляхом забезпечення допустимих значень кінематичних або динамічних характеристик руху системи [9]. Саме останній спосіб дозволяє забезпечити обмеження накладені на керування. Покажемо це на прикладі: обмеження накладені на керування $|u| \le 0{,}6$, що відповідає максимальному значенню динамічної складової приводного зусилля $F_{дин} = F - W = 600\,H$. Побудуємо графіки керування та фазовий портрет системи (рис. 1.). Точкою на рис. 1, б позначено початок координат (ця точка відповідає умові коли візок зупиняється і коливання вантажу затухають). Графіки побудовані при $\delta_u = 0{,}7$.



а) графік функції керування системою

б) фазовий портрер руху системи

Рис. 1 – Керування системою при обмеженні $|u| \le 0{,}6$ та відповідний йому фазовий портрет руху системи

Зазначимо, що графіки на рис. 1 побудовані при тривалості гальмування 15 с, що практично „не вигідно”, оскільки при цьому затягується перехідний процес. Таке затягування перехідного процесу необхідне для досягнення фазовою точкою околу початку координат. Аналізуючи графік приведений на рис. 1, а можна сказати, що керування досягає свого максимального значення лише у один момент часу (приблизно 1,7 с від початку гальмування). На всьому часовому проміжку, за виключенням вказаної точки, виконується строга нерівність $|u| < 0{,}6$. Саме це і є причиною затягування перехідного процесу: невелике значення керування призводить до невеликих змін фазового стану системи у часі. Система повільно рухається до вказаної точки початку координат. Звідси випливає очевидний висновок: необхідно таким чином обирати керування, щоб якомога інтенсивніше змінювати фазовий стан системи у бік досягнення початку координат. Цього можна досягти варіацією коефіцієнту, тобто $\delta_u = \delta_u(u_{\max}, u)$, на всьому проміжку гальмування візка. Пояснимо більш детально: зменшуючи δ_u ми встановлюємо малу питому вагу керування у критерії (вираз (10) першої частини дослідження). Тому керування може бути дуже велике оскільки воно мало впливає на величину критерію (дійсно ваговий коефіцієнт δ_u є множником при керуванні; навіть дуже велике значення керування не значно вплине на величину критерію). Навпаки: збільшення δ_u призведе до зменшення керування, оскільки зростає його питома вага у критерії. Таким чином, змінюючи δ_u можна змінювати величину керування для задоволення обмежень накладених на нього.

Необхідно зазначити, що більш інтенсивніший рух системи відбувається при максимальному керуванні. Функція керування, у загальному випадку, буде мати відрізки постійних керувань (як додатних так і від’ємних) і відрізки, які сполучають відрізки постійних керувань. Отже функція керування, у загальному випадку, є кусковою. Очевидно, що кусковою буде і функція δ_u, адже вона також обмежена $0 \le \delta_u \le 1$. Крайні величини нерівності відповідають частинним оптимізаційним задачам: при $\delta_u = 0$ мінімізується лише сума квадратів фазових координат, при $\delta_u = 1$ мінімізується лише керування. Аналітичне дослідження функції δ_u є складною задачею. Однак ця задача суттєво спрощується, якщо від неперервної задачі перейти до її дискретного варіанту. Отже будемо розглядати лише дискретні значення фазових координат $\dot{x}_2(j\Delta t)$, $\ddot{x}_2(j\Delta t)$, $\dddot{x}_2(j\Delta t)$ та керування $u(j\Delta t)$ у визначені моменти часу $t = 0,\ \Delta t,\ 2\Delta t, ..., n\Delta t = T$ $(j = 0, 1, 2, ..., n)$. Крім того, будемо вважати, що система керування обладнана датчиком, який вимірює фактичні кінематичні функції вантажу (наприклад, цифровий енкодер). Зазначимо, якщо у системі керування відсутній зворотній зв’язок по фазовим координатам динамічної системи „візок-вантаж”, то керування у в цьому випадку може бути реалізоване: у першій частині отримана функція $x_2(t)$. Знаходячи її вищі похідні та підставляючи їх у вираз $u = u(\dot{x}_2, \ddot{x}_2, \dddot{x}_2, \delta_0, \delta_1, \delta_2, \omega)$, можна отримати керування $u = u(\delta_0, \delta_1, \delta_2, \omega)$. Однак таке керування втрачає властивість оптимальності при зовнішніх стохастичних впливах на систему, оскільки воно отримано з умови абсолютної визначеності, передбачуваності руху системи.

Відмітимо ще один момент при побудові дискретного оптимального керування. З рис. 1 видно, якщо фазова точка знаходиться поблизу початку координат, то керування є невеликим. Назвемо таке керування слабким. Слабке керування, впливаючи на рух динамічної системи, повільно змінює її стан – фазова точка повільно рухається до початку координат, що означає затягування перехідного процесу. Тому тут потрібно приймати певний компроміс – необхідно визначити тривалість перехідного процесу при якому він би був достатньо швидкоплинний і при цьому швидкість руху візка і коливання вантажу були б достатньо малими (практично нульовими). Математично це означає, що необхідно визначити таку тривалість руху системи T, при якій би відстань від фазової точки до початку координат не перевищувала наперед встановленої величини:

$$E_{окіл}(T) \le E_{\max}, \tag{1}$$

де $E_{\max}$ – максимально-допустима величина радіусу околу початку координат; $E_{окіл}(T)$ – відстань від фазової точки до початку координат у момент часу T, у даному випадку:

$$E_{окіл}(T) = \frac{\sqrt{\dot{x}_2^2(T) + \ddot{x}_2^2(T) + \dddot{x}_2^2(T)}}{\omega^2}. \tag{2}$$

У якості $E_{окіл}(T)$ можна обрати також іншу величину:

$$E_{окіл}(T) = \dot{x}_1^2(T) + \Delta x^2(T)\omega^2 + \Delta\dot{x}^2(T) = \left(\dot{x}_2(T) + \frac{\dddot{x}_2(T)}{\omega^2}\right)^2 + \frac{\ddot{x}_2^2(T)}{\omega^2} + \frac{\dddot{x}_2^2(T)}{\omega^4}. \tag{3}$$

Вираз (3) відповідає сумі питомої енергії коливань вантажу (доданок $\Delta x^2(T)\omega^2 + \Delta\dot{x}^2(T)$) та питомої кінетичної енергії руху візка (доданок $\dot{x}_1^2(T)$). Вираз (3), на наш погляд, краще відображає енергетичні показники процесу гальмування. Дійсно, „ідеальний” процес гальмування закінчується у момент часу коли сума кінетичної енергії руху візка та енергії коливання вантажу стає рівною нулю.

Постає питання, як обрати $E_{\max}$? Відповідь на нього можна знайти проаналізувавши практичну сторону процесу усунення коливань вантажу на гнучкому підвісі. Існує якась межа коливань, при якій дозволяється виконувати подальші технологічні операції (знімати вантаж з гака, опускати його на платформу тощо). Цією межею є максимальне відхилення вантажу від вертикалі:

$$\Delta x_{\max} = \frac{l}{g}\ddot{x}_{2\max} = \frac{\ddot{x}_{2\max}}{\omega_0^2}, \tag{4}$$

де $\ddot{x}_{2\max}$ – максимальне прискорення вантажу, яке відповідає максимально дозволеному, за технологічними вимогами, відхиленню вантажу від вертикалі $\Delta x_{\max}$. Отже можемо записати, чому дорівнює радіус околу початку координат:

$$E_{\max} = \frac{\sqrt{\ddot{x}_{2\max}^2}}{\omega^2} = \Delta x_{\max}. \tag{5}$$

Вираз (2) необхідно порівнювати з виразом (5) для знаходження тривалості гальмування T. Якщо ж використовується вираз (3), то таке порівняння необхідно виконувати з квадратом виразу (5). У цьому випадку порівнюються повна енергія руху візка і вантажу (3) та енергія допустимої величини коливань.

Приведемо алгоритм роботи системи керування, яка б враховувала обмеження накладені на керування (рис. 2). Докладно опишемо процес формування керуючого сигналу на одному кроці (при переході від $t = i\Delta t$ до $t = (i+1)\Delta t$) при цьому будемо вважати, що початкові фазові координати, а також параметри системи задані:

1) задають значення δ_u якнайменше;

2) розраховують значення керування для фазових координат $\dot{x}_2(i\Delta t)$, $\ddot{x}_2(i\Delta t)$, $\dddot{x}_2(i\Delta t)$ та найменшого значення коефіцієнту δ_u;

3) порівнюють отримане значення керування з максимальним $u_{\max}$. Якщо виконується умова $|u| \le u_{\max}$, то отриманий сигнал керування видається на виконавчий пристрій. Якщо умова $|u| \le u_{\max}$ не виконується, то збільшують значення коефіцієнту δ_u та повертаються до другого кроку. Така зміна коефіцієнту δ_u через деяку кількість циклів приведе до виконання умови $|u| \le u_{\max}$. Після цього відбувається видача керуючого сигналу;

4) дискретний час системи збільшується $t := t + \Delta t$. Фактично це означає, що цифрова система керування „спить" протягом часу Δt;

5) відбувається опитування датчика фазових координат системи, для того, щоб визначити у який новий фазовий стан $\dot{x}_2((i+1)\Delta t)$, $\ddot{x}_2((i+1)\Delta t)$, $\dddot{x}_2((i+1)\Delta t)$ перейшла система від дії керування;

6) визначається величина околу для нового фазового стану $E_{окіл}((i+1)\Delta t)$;

7) відбувається порівняння визначеного значення $E_{окіл}((i+1)\Delta t)$ з допустимим за технологічними вимогами $E_{\max}$, тобто перевіряється умова $E_{окіл}((i+1)\Delta t) \le E_{\max}$. Якщо умова виконується, то це означає, що необхідно закінчувати процес керування. Якщо умова не виконалась, то необхідно надалі продовжувати керування, для чого необхідно повернутись на перший крок.

У результаті роботи такого алгоритму отримуємо переміщення фазових змінних динамічної системи „візок-вантаж" у достатньо малий окіл початку координат при обмеженні на керування. Фактично це означає зупинку візка з практично відсутніми коливаннями вантажу.

Приведемо графік, отриманого при роботі цього алгоритму, керування та графік функції δ_u (рис. 3). Графіки побудовані при таких параметрах: $m_1 = 1000\ кг$, $m_2 = 1000\ кг$, $l = 10\ м$, $x_{20} = -0{,}5\ м$, $\dot{x}_{20} = 1{,}5\ м/с$, $\ddot{x}_{20} = -0{,}5\ м/с^2$, $\dddot{x}_{20} = -0{,}5\ м/с^3$, $\Delta x_{\max} = 0{,}05\ м$ (амплітуда залишкових коливань вантажу становить всього 5 см при довжині канату 10 м).

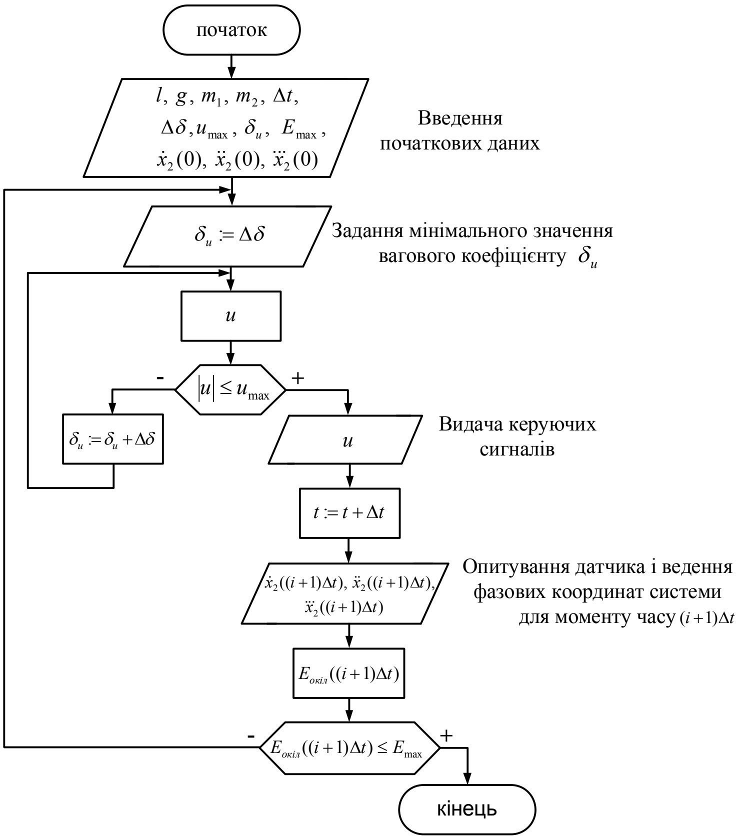
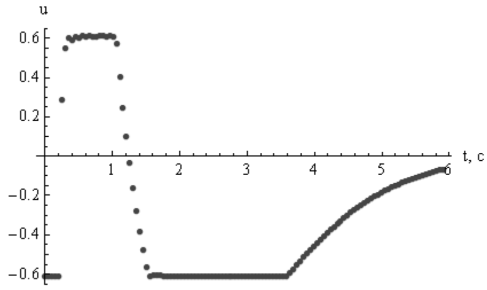
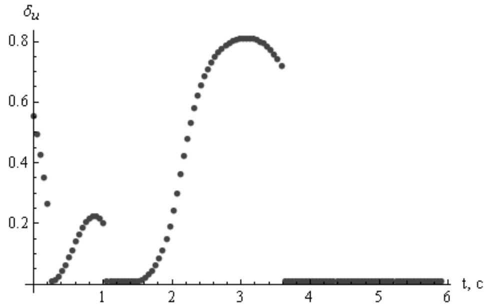


Рис. 2 – Алгоритм роботи цифрової системи керування роботою кранового візка з вантажем при обмеженні на керування



а) графік функції керування системою



б) графік функції зміни коефіцієнту δ_u

Рис. 3 – Керування системою при обмеженні $|u| \le 0{,}6$ та коефіцієнт δ_u варіація якого забезпечує це обмеження

З рис. 3, а добре видно, що керування не перевищує встановлених обмежень. Графік функції керування представляє собою ділянки постійності керування та ділянки, які поєднують між собою постійні значення керування. Аналізуючи графік, представлений на рис. 3, б впевнюємось у вірності припущень щодо кусковості функції δ_u.

У деяких випадках окрім обмежень на керуюче зусилля вводяться інші обмеження, наприклад, на швидкість зміни керування (на його першу похідну за часом), тобто:

$$|\dot{u}| \le \dot{u}_{\max}, \tag{6}$$

де $\dot{u}_{\max}$ – максимально допустима швидкість зміни керуючого зусилля. Таке обмеження може виникнути у зв'язку з обмеженими можливостями зміни моменту двигуна, який керується від частотного перетворювача. Врахування цього обмеження виконується аналогічно, алгоритм (рис. 2) змінюється лише у одній частині – додається блок перевірки обмеження (6). Приведемо лише ту частину алгоритму, яка відноситься до виконання обмежень (рис. 4).

Варіація коефіцієнту δ_u на кожному кроці розрахунку керування дозволяє виконувати різноманітні обмеження, наприклад, кінематичні. У першій частині статі було використано припущення $sign\dot{x}_1 = 1$ для $t \in [0,\ T]$, що означає, що швидкість візка не змінюється за знаком.

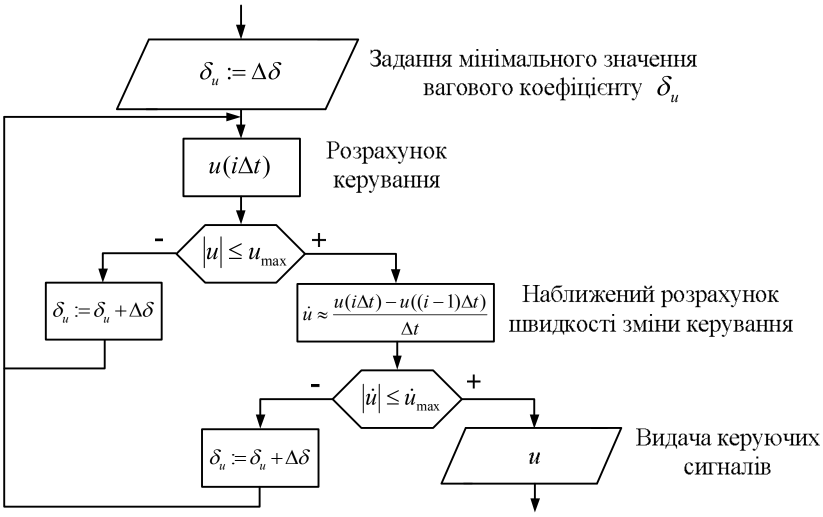


Рис. 4 – Частина алгоритму роботи цифрової системи керування роботою кранового візка з вантажем при обмеженні на керування та швидкість його зміни

Звичайно, можна забезпечити це обмеження додаванням або відніманням від приводного зусилля величини статичного опору переміщенню візка W. Тобто, у випадку коли $sign\dot{x}_1 = 1$ для $t \in [0, T]$ до приводного зусилля F необхідно додавати величину W. У випадку коли $sign\dot{x}_1 = -1$ від величини F необхідно віднімати W. Однак у момент зміни знаку функції $sign\dot{x}_1$ приводне зусилля буде мати розрив першого роду, що є небажаним. Однак можливість варіації коефіцієнту δ_u дає змогу будувати такий алгоритм синтезу керування при якій би функція $sign\dot{x}_1$ не змінювала всій знак, отже функція F не буде мати розривів. Це досягається деяким ускладненням алгоритму: необхідно контролювати величину швидкості візка $\dot{x}_1$ і якщо $\dot{x}_1$ є близькою до нуля, а коливання вантажу іще мають досить велику енергію, то необхідно навмисно збільшувати швидкість візка, збільшенням величини керування за допомогою варіації δ_u. На деякому проміжку руху можуть виникнути випадки що це зробити неможливо, тоді необхідно збільшувати швидкість візка відхиляючись від оптимального керування, тобто коригувати керування у „неоптимальну” область. Після короткочасної дії „неоптимального” керування необхідно знову починати оптимальне керування, при цьому передісторія руху динамічної системи „візок-вантаж” нас не цікавить, а цікавлять лише поточні значення фазових координат.

Висновки

Підсумовуючи першу та другу частини даного дослідження можна сказати, що синтезовано оптимальне керування рухом кранового візка з вантажем при обмеженні на величину керування. Метод, який використовується для синтезу – аналітичний (динамічне програмування), однак вирахування обмеження на керування проходить дискретно. Методика дискретного обмеження керування може бути поширена також на інші динамічні та кінематичні показники руху динамічної системи.

Отримане керування може бути використане для підвищення продуктивності роботи прольотних кранів,особливо, якщо вони працюють у стохастичних зовнішніх середовищах.

Список використаних джерел:

1. Петров Ю. П. Вариационные методы теории оптимального управления / Ю. П. Петров. – Л.: Энергия, 1977. – 280 с.

2. Перестюк М.О. Варіаційне числення та методи оптимізації: навчальний посібник / М. О. Перестюк, О. М. Станжицький, О. В. Капустян, Ю. В. Ловейкін. – К.: Видавничо-поліграфічний центр „Київський університет”, 2010. – 144 с.

3. Григоров О. В. Вантажопідйомні машини: навчальний посібник / О. В. Григоров, Н. О. Петренко. – Х. : НТУ „ХПІ”, 2006. – 304 с.

4. Герасимяк Р. П. Анализ и синтез крановых электромеханических систем / Р. П. Герасимяк, В. А. Лещёв. – Одесса: СМИЛ, 2008. – 192 с.

5. Беллман Р. Процессы регулирования с адаптацией / Р. Беллман ; пер. с англ. Ю. П. Леонова, И. А. Литовченко, Э. Л. Наппельбаума, Т. И. Товстухи ; под. ред. А. М. Летова. – М.: Наука, 1964. – 360 с.

6. Моделювання динаміки механізмів вантажопідйомних машин / [В. С. Ловейкін, Ю. В. Човнюк, М. Г. Діктерук, С. І. Пастушенко]. – К. ; Миколаїв: РВВ МДАУ, 2004. – 286 с.

7. Ромасевич Ю. О. Оптмізація перехідних режимів руху вантажного візка прольотних кранів: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.05.05 „Піднімально-транспортні машини” / Ю. О. Ромасевич. – К., 2010. – 22 с.

8. Ловейкин В. С. Расчеты оптимальних режимов движения механизмов строительных машин / В. С. Ловейкин. – К.: УМК ВО, 1990. – 168 с.

9. Ловейкін В. С. Оптимізація перехідних режимів руху механічних систем прямим варіаційним методом В. С. Ловейкн, Ю. О. Ромасевич. – К.; Ніжин: Видавець ПП Лисенко М.М., 2010. - 184 с.

Ловейкін В.С., Ромасевич Ю.О. «Синтез оптимального керування рухом кранового візка. Частина ІІ».

Показано вплив на величину оптимального керування динамічною системою „кран-вантаж” значення вагового коефіцієнту, що входить у структуру оптимізаційного критерію і відображає „ціну” на керування. Встановлено умову закінчення керування динамічною системою. Розроблено алгоритм роботи цифрової системи керування рухом кранового візка з вантажем при обмеженні на керування. Запропоновано поширити алгоритм для виконання обмежень на швидкість зміни керування системою.

Ключові слова: оптимальне керування, вантажопідйомний кран, обмеження на керування, цифрова система, алгоритм.

Ловейкин В.С., Ромасевич Ю.А. «Синтез оптимального управления движением крановой тележки. Часть ІІ».

Показано влияние на величину оптимального управления динамической системой „кран-груз” значения весового коэффициента, который входит в структуру оптимизационного критерия и отражает „цену” на управление. Установлено условие

окончания управления динамической системой. Разработан алгоритм работы цифровой системы управления движением крановой тележки с грузом на гибком подвесе при ограничении на управление. Предложено расширить алгоритм для выполнения ограничений на скорость изменения управления системой.

Ключевые слова: оптимальное управление, грузоподъемный кран, ограничение на управление, цифровая система, алгоритм.

Loveykin V.S., Romasevichy Y.O. “Crane carriage movement optimal control. Part II”.

The influence to value of optimal control by dynamical system „crane-load” value of weighting coefficient, witch belonging to structure of optimization criteria and correspond to „coast” of control has been showed. Condition of ending control dynamical system has been stated. Algorithm of working of digital control system of crane carriage movement with load at flexible suspension accounting control constraint has been developed. Algorithm has been proposed flare for implementation of limit condition by speed of changing of system control.

Key words: optimal control, load-lifting crane, control limit, digital system, algorithm.

Стаття надійшла до редакції 10 вересня 2013 р.