

УДК 621.822.6

© Чернышенко А. В., Павлова А. А., Подоляк О. С.

## К ВОПРОСУ О НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ ПОДШИПНИКОВ КАЧЕНИЯ

**Актуальность проблемы.** При расчете на прочность, надежность и долговечность узлов и деталей машин, которые контактируют между собой первоначально по точке или по линии, возникает задача определения полного напряженного состояния деталей под нагрузкой. Определение напряженного состояния тел важно при расчете таких деталей, как подшипники, колеса и рельсы, зубчатые передачи. В этих узлах контактные напряжения являются основными при расчетах на прочность, надежность и долговечность. Во многом более точный расчет напряженного состояния деталей при контакте определяет повышение или значительное уточнение надежности их работы.

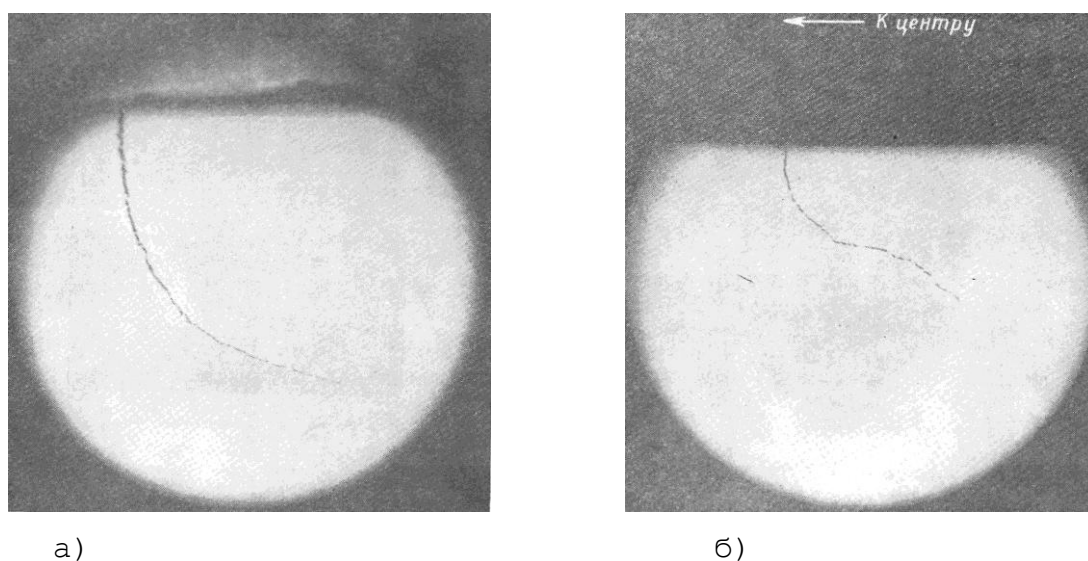
**Состояние вопроса.** В настоящий момент в основном в инженерных расчетах в основу решения контактной задачи положена методика Герца, которая учитывает только максимальные нормальные напряжения на поверхности контакта и не учитывают тангенциальных напряжений, возникающих на некоторой глубине в сжимаемых деталях. Использование данной методики не дает возможности оценить в полной мере напряжения, которые возникают в контактирующих деталях. Различными авторами предпринимались попытки оценить напряженное состояние деталей по максимальным тангенциальным напряжениям. Данные методы, хотя и объясняют возникновение микротрещин в контактирующих телах, не дают удовлетворительного результата, так как при использовании вышеизложенных методов не учитываются напряжения на поверхности, что при некоторых условиях приводит к ошибкам.

**Исследование напряженного состояния при работе подшипников качения.** Большинство деталей, которые воспринимают контактные нагрузки, работают в условиях качения или качения со скольжением. В подшипниках качения с шариковыми или бочкообразными телами качения в пятне контакта присутствуют как чистое качение, так и скольжение, и граничная форма трения [1,2]. Все эти факторы трения при качении дают нехарактерную картину износа, которую нельзя описать законами износа при чистом скольжении или при чистом качении. При работе подшипников качения тела качения испытывают как абразивный износ от загрязнения смазки, так и выкрашивание металла на телах качения и на дорожках качения. Работа подшипников качения в различных узлах разнообразна.

При высоких скоростях вращения подшипники в основном работают в жидкостных смазках и имеют общую систему смазки с остальными деталями узла или механизма (редукторы, мультипликаторы и т.д.). В таких узлах причиной износа подшипников может стать разрушение и износ деталей механизма и последующее загрязнение смазки продуктами разрушения.

Так же существуют узлы с отдельной системой смазки подшипников (буксы железнодорожных вагонов, подшипники блоков, барабанов, ходовых колес кранов и т.д.) в большинстве таких узлов подшипники работают на низких скоростях вращения и используют консистентные смазки. Как показывает опыт эксплуатации таких подшипников, интенсивный износ начинается вследствие загрязнения смазки если подшипник не испытывает сильных ударных нагрузок, которые приводят к деформации тел качения, заеданию и заклиниванию подшипника. Загрязнение смазки происходит из-за выхода в смазку продуктов износа подшипника. Основной причиной износа подшипников при нормальной работе является усталостное выкрашивание. В подшипниках качения в зависимости от геометрических параметров тел качения существует два вида

контакта: линейный или точечный. Большинство подшипников, которые работают на низких скоростях вращения с частичной остановкой без снятия нагрузки, имеют конструкцию с такими телами качения как шарики или бочкообразные ролики. Первичной формой контакта в таких случаях является точка, под нагрузкой - окружность или эллипс. Анализ образования усталостных трещин показывает, что напряжения, которые возникают в глубине контактного пятна, могут быть как нормальными так и тангенциальными (см. рис. 1) [2].



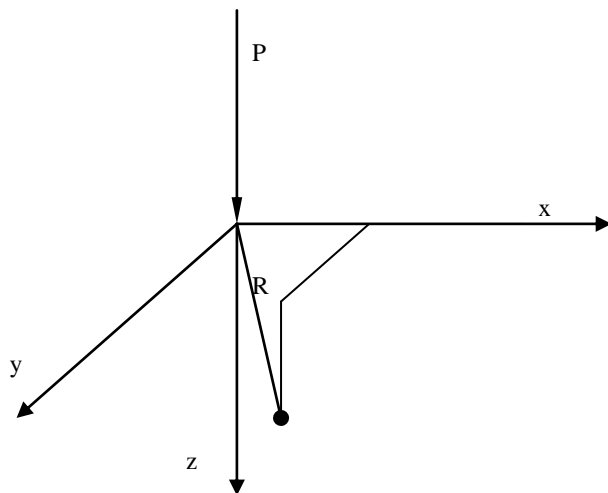
**Рис. 1** - Контурная усталостная трещина (а - при эллиптическом контакте; б – при круговом контакте)

В подшипниках качения контакт можно назвать пульсирующим, так как все элементарные площадки контакта подвергаются нагрузке многократно. Наблюдения показывают, что при пульсирующем контакте первичное усталостное разрушение наступает не в области максимальных касательных напряжений на критической глубине, а на поверхности в районе контура максимального контакта в зоне максимальных растягивающих и касательных напряжений.

Так как однозначное решение относительно усталости невозможно при использовании как главных контактных, так и тангенциальных напряжений. Ковальским [1] и Пинегиным [2] было предложено

использовать для поиска разрушающих эффективные напряжений согласно теории прочности. Это решение требует поиска всех напряжений, действующих на микрообъем под поверхностью площадки контакта.

Задача по расчету всех напряжений, рассмотренная на рис 2, была решена А. Лявом [3] в следующем виде



**Рис. 2** - Определение напряжений в микрообъеме поверхности при действии точечной силы.

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= -\frac{3P}{2\pi} \left\{ \frac{x^2 z}{R^5} - \frac{1-2\mu}{3} \left[ \frac{R^2 + Rz - z^2}{R^3} \frac{x^2}{R-z} - \frac{2R-z}{R^3 (R-z)^2} \right] \right\} \\
 \sigma_y &= -\frac{3P}{2\pi} \left\{ \frac{y^2 z}{R^5} - \frac{1-2\mu}{3} \left[ \frac{R^2 + Rz - z^2}{R^3} \frac{y^2}{R-z} - \frac{2R-z}{R^3 (R-z)^2} \right] \right\} \\
 \sigma_z &= -\frac{3P}{2\pi} \frac{z^3}{R^5} \\
 \tau_{xy} &= -\frac{3P}{2\pi} \left\{ \frac{xyz}{R^5} + \frac{1-2\mu}{3} \frac{xy}{R^3} \frac{2R-z}{R-z} \right\} \\
 \tau_{xz} &= -\frac{3P}{2\pi} \frac{xz^2}{R^5} \quad \tau_{yz} = -\frac{3P}{2\pi} \frac{yz^2}{R^5} \\
 R &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Для решения задачи при действии закона распределения давления необходимо привязаться к внешней системе координат (рис 3). Для этого введем следующие обозначения:

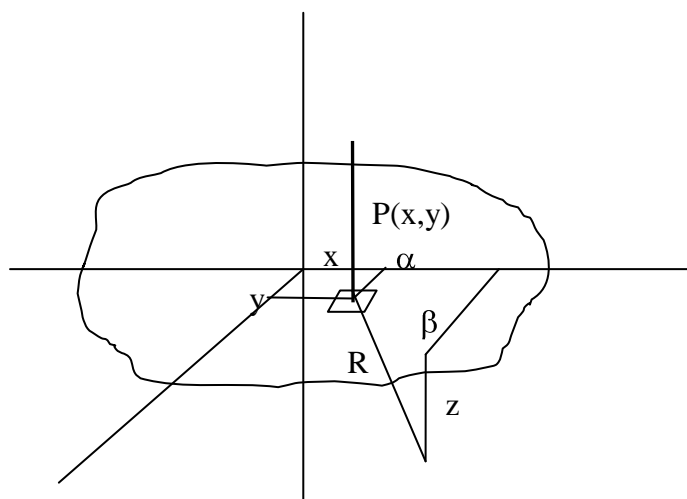
$x$  и  $y$  – координаты силы, которая действует на тело в относительно базовой системы координат

$\alpha$  - координата исследуемого микрообъема по оси  $x$

$\beta$  - координата исследуемого микрообъема по оси  $y$

Тогда распределение напряжения может быть записано в следующем виде:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{3P}{2\pi} \left\{ \frac{\alpha - x^2 z}{R^5} - \frac{1-2\mu}{3} \left[ \frac{R^2 + Rz - z^2}{R^3 R - z} - \frac{\alpha - x^2 2R - z}{R^3 R - z^2} \right] \right\} \\ \sigma_y &= -\frac{3P}{2\pi} \left\{ \frac{\beta - y^2 z}{R^5} - \frac{1-2\mu}{3} \left[ \frac{R^2 + Rz - z^2}{R^3 R - z} - \frac{\beta - y^2 2R - z}{R^3 R - z^2} \right] \right\} \\ \sigma_z &= -\frac{3P z^3}{2\pi R^5} \\ \tau_{xy} &= -\frac{3P}{2\pi} \left\{ \frac{\alpha - x}{R^5} \frac{\beta - y z}{R^5} + \frac{1-2\mu}{3} \frac{\alpha - x}{R^3} \frac{\beta - r}{R - z^2} \right\} \\ \tau_{xz} &= -\frac{3P}{2\pi} \frac{\alpha - x z^2}{R^5} \quad \tau_{yz} = -\frac{3P}{2\pi} \frac{\beta - y z^2}{R^5} \\ R &= \sqrt{\alpha - x^2 + \beta - y^2 + z^2} \end{aligned} \quad , \quad (2)$$



**Рис. 3** - Определение напряжений в микрообъеме поверхности при действии точечной силы.

На основании этих формул мы можем определить все вышеперечисленные напряжения от распределенной нагрузки, если известен закон распределения

Закон распределения напряжений  $p(\alpha, \beta)$  для общего случая имеет вид [1]

$$p(x, y) = p_0 \sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}\right)}, \quad (3)$$

где  $x$  и  $y$  - координаты точки внутри контура касания,

$p_0$  - максимальное давление в центре площадки, совпадающее с максимальным напряжением сжатия  $\sigma_z$  на поверхности.

$a$  и  $b$  - полуоси эллипса контакта.

Давление в центре площадки можно найти по закону [1]

$$p_0 = \frac{3}{2} \frac{P}{\pi ab}, \quad (4)$$

где  $P$  сжимающая нагрузка.

**Решение задачи напряженного состояния в пятне контакта колец подшипника.** Для нашего случая координаты  $x$  и  $y$  будут переменны и совпадать с координатами микрообъема. Тогда формулу (4) можно записать как закон изменения по параметрам  $\alpha$  и  $\beta$ .

$$p(\alpha, \beta) = p_0 \sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{a^2} - \frac{\beta^2}{b^2}}, \quad (6)$$

Интегрируя формулу 2 и 4 по объему полуэллипса, напряжения в пятне контакта получаем решение напряженного состояния в следующем виде

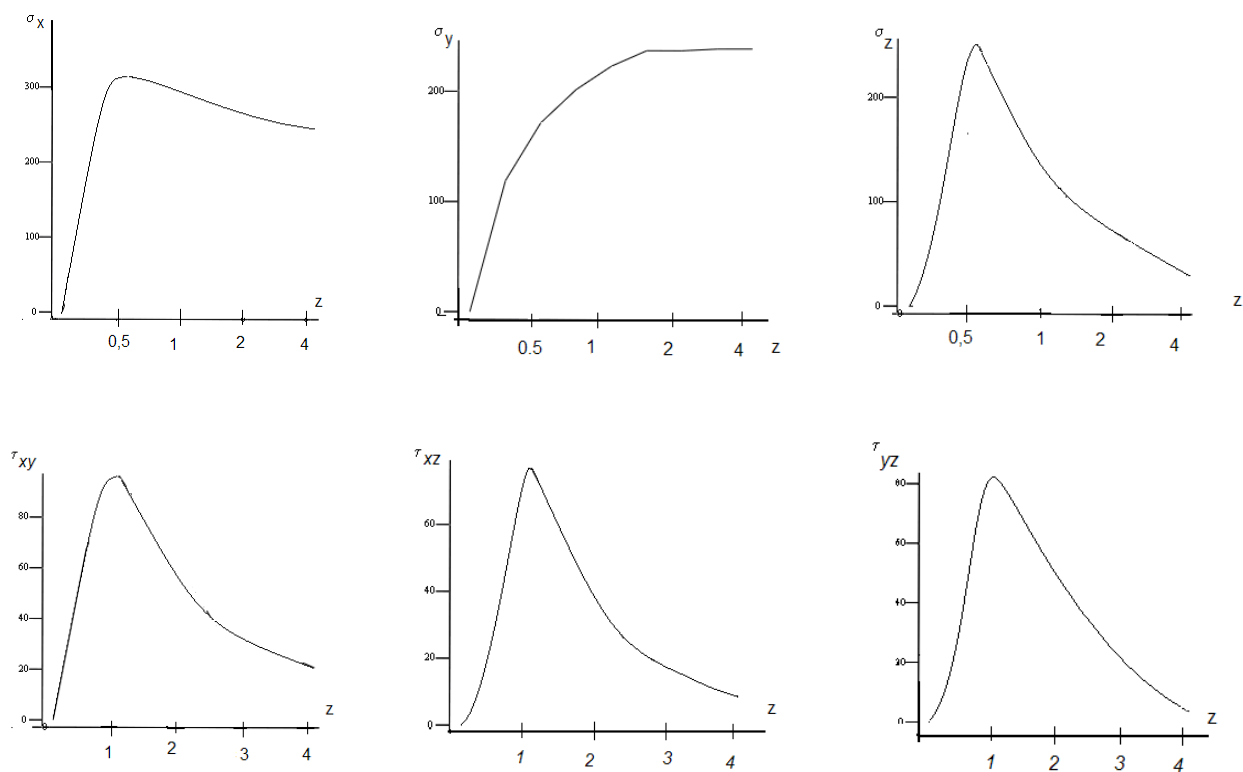
$$\begin{aligned}
\sigma_x &= \int_b^{-b} \int_a^{-a} \frac{3P_{(x,y)}}{2\pi} \left\{ \frac{\alpha - x^2 z}{R_{(x,y)}^5} - \frac{1-2\mu}{3} \left[ \frac{R_{(x,y)}^2 + R_{(x,y)}z - z^2}{R_{(x,y)}^3 R_{(x,y)} - z} - \frac{\alpha - x^2 2R_{(x,y)} - z}{R_{(x,y)}^3 R_{(x,y)} - z^2} \right] \right\} dx dy \\
\sigma_y &= \int_b^{-b} \int_a^{-a} \frac{3P_{(x,y)}}{2\pi} \left\{ \frac{\beta - y^2 z}{R_{(x,y)}^5} - \frac{1-2\mu}{3} \left[ \frac{R_{(x,y)}^2 + R_{(x,y)}z - z^2}{R_{(x,y)}^3 R_{(x,y)} - z} - \frac{\beta - y^2 (2R_{(x,y)} - z)}{R_{(x,y)}^3 (R_{(x,y)} - z)} \right] \right\} dx dy \\
\sigma_z &= \int_b^{-b} \int_a^{-a} \frac{3P_{(x,y)}}{2\pi} \frac{z^3}{R_{(x,y)}^5} dx dy \\
\tau_{xy} &= \int_b^{-b} \int_a^{-a} \frac{3P_{(x,y)}}{2\pi} \left\{ \frac{(\alpha - x)(\beta - y)}{R_{(x,y)}^5} + \frac{1-2\mu}{3} \frac{(\alpha - x)(\beta - z)}{R_{(x,y)}^3 (R_{(x,y)} - z)} \right\} dx dy \\
\tau_{xz} &= \int_b^{-b} \int_a^{-a} \frac{3P_{(x,y)}}{2\pi} \frac{(\alpha - x)^2}{R_{(x,y)}^5} dx dy \\
\tau_{yz} &= \int_b^{-b} \int_a^{-a} \frac{3P_{(x,y)}}{2\pi} \frac{(\beta - y)^2}{R_{(x,y)}^5} dx dy \\
R_{(x,y)} &= \sqrt{(\alpha - x)^2 + (\beta - y)^2 + z^2}
\end{aligned} \tag{7}$$

Решение (7) можно получить с использованием численных методов.

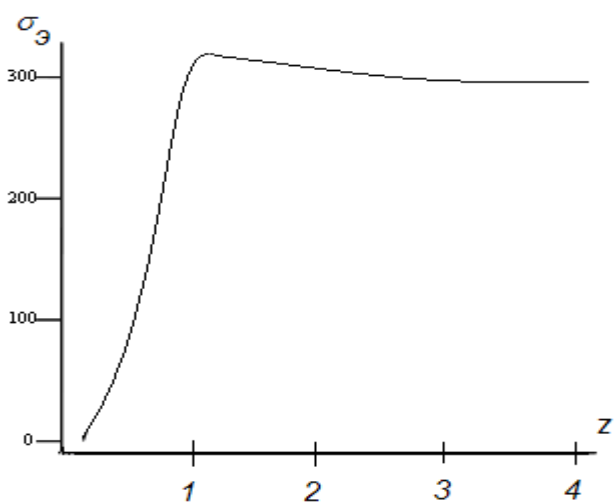
При решении для оценки напряженного состояния используется метод поиска эффективных напряжений [1,2].

$$\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 + 6\tau_{xy} + \tau_{yz} + \tau_{xz} \right)^{\frac{1}{2}}, \tag{8}$$

В результате мы имеем возможность проанализировать весь объем напряженного состояния как на поверхности контакта, так и в глубине сжимаемых тел. Решение применено для поиска эффективных напряжений в пятне контакта между внешним кольцом и шариком для подшипника. Расчет проведен для радиального подшипника 308 с соотношением желоба качения и диаметра шара  $R_g = 0.54D$  по справочнику [4] Предварительно получены полуоси эллипса составляют, соответственно,  $a=7.28$  мм.  $b=0.508$  мм. Расчетная нагрузка на шарик  $P=2100$ Н. При решении мы получаем, что максимальные эффективные напряжения возникают на глубине равной примерно 0,12 от максимальной полуоси эллипса контакта. График распределения напряжения по площади полуэллипса контакта приведен ниже. Расчет всех напряжений проводился в среде Mathcad при помощи адаптивного и ромбического методов. Сравнение расчетов различными методами дает погрешность не более 0,1%.



**Рис. 4** - Распределение максимальных нормальных и касательных напряжений по глубине контакта.



**Рис. 5** - Распределение максимальных эффективных напряжений по глубине контакта.



## **Выводы и перспективы дальнейших исследований.**

В результате мы получаем математический аппарат, который описывает напряженное состояние не только на поверхности, но и в глубине сжимаемых криволинейных тел. Решая поставленную задачу, мы можем определить не только максимальные напряжения в микрообъеме тел при их сжатии, но и координаты микрообъема, который испытывает максимальные эффективные напряжения. Эти результаты дают нам возможность прогнозировать поведение металла при различных условиях работы и более точно предсказывать надежность и долговечность работы контактных пар при точечном контакте. В перспективе возможно создание математической модели работы деталей и узлов при точечном контакте с возможностями прогнозирования долговечности и надежности работы контактирующих деталей.

### **Список использованных источников**

1. Ковальский Б. С. Расчеты деталей на местное сжатие / Б. С. Ковальский. – Харьков : ХВКИУ, 1967. – 224 с.
2. Пинегин С. В. Контактная прочность и сопротивление качению / С. В. Пинегин. – М. : Машиностроение, 1969. – 203 с.
3. Ляв А. Математическая теория упругости / А. Ляв. – М. : ОНТИ, 1935. – 676 с.
4. Безельман Р. Д. Подшипники качения : справочник / Р. Д. Безельман, Б. В. Цыпкин, Л. Я. Перель. – М. : Машиностроение, 1975. – 574 с.

*Чернышенко А.В., Павлова А.А., Подоляк О.С.* К вопросу о напряженном состоянии подшипников качения

В статье рассмотрен расчет максимальных эффективных напряжений согласно энергетической теории прочности при контакте в подшипниках качения. Проведен поиск главных и касательных напряжений с учетом распределения давления по пятну контакта.

***Чернишенко О.В., Павлова А.О., Подоляк О.С.*** До питання про напружений стан підшипників кочення

У статті розглянутий розрахунок максимальної ефективної напруги згідно енергетичної теорії міцності при контакті в підшипниках кочення. Проведений пошук головної і дотичної напруги з урахуванням розподілу тиску по плямі контакту.

***Chernishenko A.V., Pavlova A.A., Podolyak O.S.*** To the question about the tense state of bearings of rolling

In the article the calculation of maximal effective tensions is considered in obedience to the power theory of durability at a contact in bearings of rolling. The search of main and tangent tensions is conducted taking into account distributing of pressure on the spot of contact.