

©Ламнауэр Н.Ю.

ПОКАЗАТЕЛИ БЕЗОТКАЗНОСТИ ВРАЩАЮЩИХСЯ ИЗДЕЛИЙ

1. Актуальность

Одна из основных задач машиностроения – создание изделий с высокими качественными показателями, к которым, в первую очередь, относится надежность. Насколько то или иное изделие сможет оправдать надежду потребителей в процессе эксплуатации и поднять престиж производителя, неразрывно связано с его надежностью. В связи с этим развитие науки в области надежности и долговечности машин становится все более актуальным. Поэтому основной задачей, стоящей перед производителями, в области повышения качества изделий машиностроения, стала необходимость создания стройной математико-статистической теории надёжности изделий. Данная теория связывает в единое целое теоретические и прикладные задачи обеспечения надёжности. Так как 80 % изделий машиностроения имеют узлы, которые вращаются [1], то актуальной является задача обеспечения надёжности вращающихся соединений. Для определения надёжности вращающихся изделий необходимо построение модели безотказности и определение показателей безотказности этих изделий.

2. Анализ последних исследований

В работах [2, 3] построена модель безотказности вращающихся изделий с пятью физически расшифрованными параметрами и приведены некоторые оценки этих параметров, которые можно найти по результатам экспериментов определённого изделия в заданных условиях.

3. Постановка задачи

Для решения практических задач, связанных с безотказностью изделия, необходимо иметь количественную или функциональную характеристику, определяющую, в какой степени присущи данному изделию определённые свойства, которые находятся через показатели безотказности изделия. Поэтому возникает задача: найти эти показатели для вращающихся изделий.

4. Основной материал

Модель безотказности вращающихся изделий. Модель безотказности изделий достаточно проста. Отказ происходит тогда, когда нагрузка S превысит прочность R . В машиностроении обычно S и R принимаются за случайные величины [4, 5]. В работах [2, 3] найдена модель безотказности вращающихся изделий, когда $R(t)$ – детерминированная функция, а $S(t)$ – стационарный процесс. На рис. 1 представлена детерминированная функция и несколько реализаций стационарного периодического процесса.

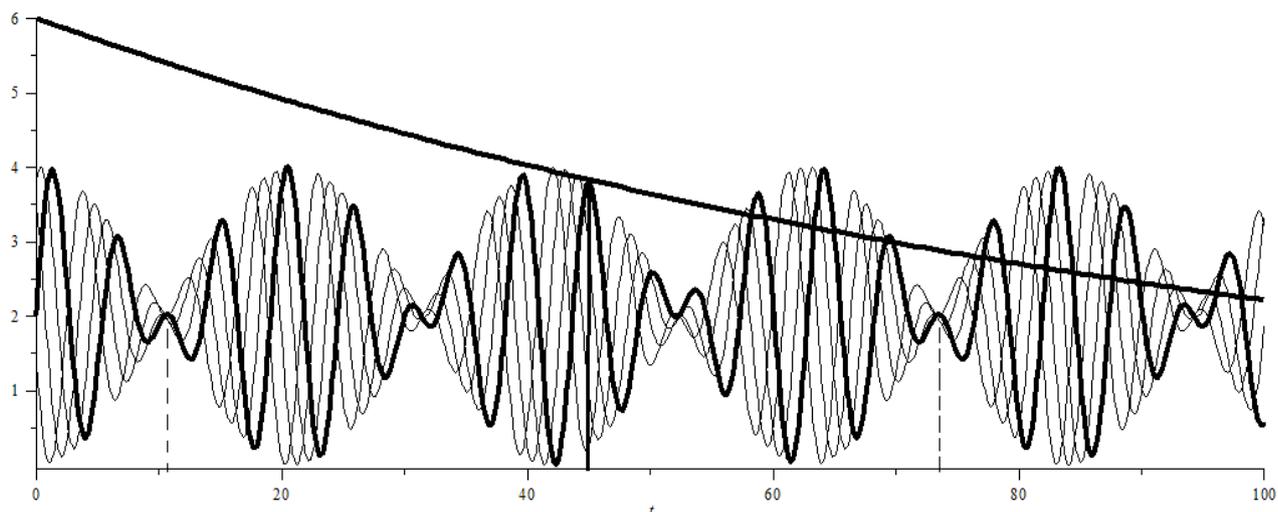


Рис. 1 – Детерминированная функция

Для построения данной модели принято из физических соображений, что функция $R(t)$ имеет вид:

$$R(t) = r \exp(-\beta t),$$

где r – начальная прочность изделия, β – параметр, характеризующий величину внутреннего отрицательного процесса прочности со временем t .

Так как на вращательное изделие действуют, в основном, нагрузки, связанные с биением, которые имеют периодический характер со случайной амплитудой, то нагрузку на изделие физически можно принять за стационарный периодический процесс с равномерно распределённой амплитудой. Отсюда распределение величины амплитуды имеет вид:

$$F(t) = \frac{b-t}{b-a} \text{ при } a \leq t \leq b,$$

где a – нижний порог величины амплитуды, а b – верхний порог величины амплитуды. Величины a и b могут быть оценены по результатам экспериментов объёма n – по формулам [6] с минимальной ошибкой

$$a^* = \frac{nx_{(1)} - x_{(n)}}{n-1}, \quad b^* = \frac{nx_{(n)} - x_{(1)}}{n-1}, \quad (1)$$

где $x_{(1)}$ – экспериментальная минимальная величина амплитуды, а $x_{(n)}$ – максимальная величина амплитуды.

Построенная модель безотказности вращающихся изделий имеет функцию плотности вида:

$$f(t) = \frac{h(b - re^{-\beta t})e^{\frac{h\left(\beta bt - b \ln \frac{r}{b} - b + re^{-\beta t}\right)}{\beta(b-a)}}}{b-a} \quad \frac{1}{\beta} \ln \frac{r}{b} \leq t < \infty, \quad (2)$$

где h – частота вращения изделия, которую достаточно точно можно определить экспериментально из периодичности процесса и поэтому при выводе модели (2) принимается, что она равна некоторой константе.

Заметим, что в построенной модели (2) все параметры физически расшифрованы.

Расчёт показателей безотказности вращающихся изделий. Для определения основного показателя безотказности найдена функция распределения отказов

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{h\left(\beta bt - b \ln \frac{r}{b} - b + re^{-\beta t}\right)}{\beta(b-a)}} \quad \frac{1}{\beta} \ln \frac{r}{b} \leq t < \infty \quad (3)$$

Из (3) определена вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ изделия не возникнет, т. е. вероятность безотказной работы вращающихся изделий (рис. 2).

$$P(t) = e^{-\frac{h\left(\beta bt - b \ln \frac{r}{b} - b + re^{-\beta t}\right)}{\beta(b-a)}} \quad (4)$$

Формула (4) предполагает, что может существовать верхний порог наработки, при котором отказа не существует

$$t_0 = \frac{1}{\beta} \ln \frac{r}{b} \quad (5)$$

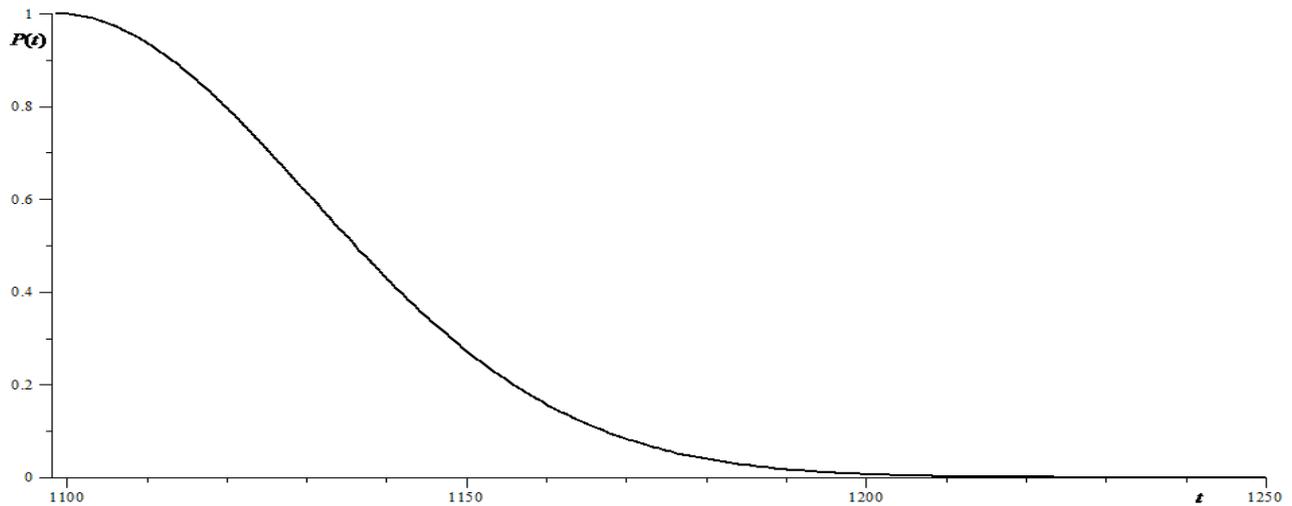


Рис. 2 – Вероятность безотказной работы вращающегося изделия при $a = 0$, $b = 2$, $h = 1$, $\beta = 0,001$, $r = 6$

Пользуясь формулами (4) и (5), найдена средняя наработка до отказа

$$T_1 = \frac{e^{\frac{hb}{2(b-a)\beta}}}{\beta(b\beta - a\beta + hb)} \cdot \left(\frac{hb}{(b-a)\beta}\right)^{-\frac{hb}{2(b-a)\beta}-2} \left\{ hbW_{\frac{hb}{2(b-a)\beta}, \frac{hb}{2(b-a)\beta} + \frac{1}{2}} \left(\frac{hb}{(b-a)\beta}\right) + \right. \quad (6)$$

$$\left. (\beta(b-a) + hb)W_{\frac{hb}{2(b-a)\beta} + 1, \frac{hb}{2(b-a)\beta} + \frac{1}{2}} \left(\frac{hb}{(b-a)\beta}\right) \right\} + \frac{1}{\beta} \ln \frac{r}{b},$$

где $W_{x,y}(z)$ – функция Уиттекера [7].

Определяя гамма-процентную наработку до отказа по формуле $P(t_\gamma) = \gamma/100$ имеем

$$t_\gamma = \frac{1}{hb\beta} \left(LambertW \left(-\frac{re^{-\frac{-\beta b \ln \gamma + hb \ln \frac{r}{b} + hb + \beta a \ln \gamma}{hb}}}{b} \right) hb - \beta b \ln \gamma + \right. \\ \left. + hb \ln \frac{r}{b} + hb + \beta a \ln \gamma \right), \quad (7)$$

где функция Ламберта $W(x)$ определена выражением $LambertW(x)e^{LambertW(x)} = x$ [7] и просто вычисляется в системе MAPLE для конкретных значениях x .

Интенсивность отказов определяется по формуле $\lambda(t) = f(t)/F(t)$, где для вращающихся изделий функция плотности имеет выражение (2), а функция распределения выражением (3).

$$\lambda(t) = \frac{h(b - re^{-\beta t}) e^{-\frac{h\left(\beta bt - b \ln \frac{r}{b} - b + re^{-\beta t}\right)}{\beta(b-a)}}}{(b-a) \left(1 - e^{-\frac{h\left(\beta bt - b \ln \frac{r}{b} - b + re^{-\beta t}\right)}{\beta(b-a)}} \right)} \quad (8)$$

Функция интенсивности отказов при значениях $\frac{1}{\beta} \ln \frac{r}{b} \leq t < \infty$ есть функция, имеющая максимум (рис. 3)

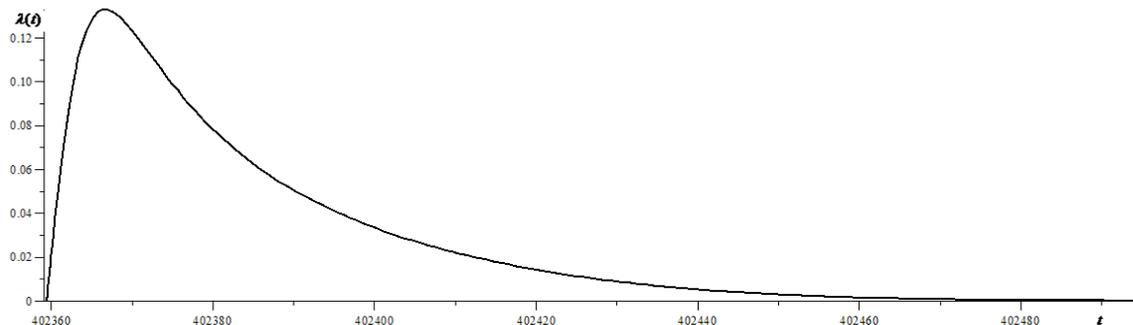


Рис. 3 – График интенсивности отказов вращающихся изделий при $a = 0,2$; $b = 0,04$; $h = 100$; $\beta = 0,000004$; $r = 2$

Оценка параметров модели безотказности вращающихся изделий.

Получив общие формулы показателей безотказности вращающихся любых изделий с неизвестными параметрами, покажем, как можно оценить эти параметры по результатам испытаний. Параметры a и b могут быть найдены экспериментально, где оптимальные оценки с минимальной дисперсией параметров a и b определяются по формулам (1). Частота h может быть определена через период процесса, так как величина, обратная частоте, называется периодом. Осталось оценить два параметра. Итак, будем считать, что имеется двухпараметрическое распределение (2) с параметрами r и β . Математическое ожидание этого распределения имеет вид (6).

Функция распределения наименьшего члена выборки объёма m имеет вид [8] $F_1(t) = 1 - (P(t))^m$, а плотность распределения наименьшего члена выборки $f_1(t) = -m(P(t))^{m-1} P'(t)$. Тогда модальное значение наименьшего члена выборки определяется из уравнения

$$(m-1)(P'(t))^2 + P(t)P''(t) = 0. \quad (9)$$

Для модели (3) уравнение (9) имеет решения

$$t_{\text{mod}(1),1} = \frac{-1}{\beta} \ln \frac{2bhm + \beta(b-a) + \sqrt{4b\beta hm(b-a) + \beta^2(b-a)^2}}{2hmr},$$
$$t_{\text{mod}(1),2} = \frac{-1}{\beta} \ln \frac{2bhm + \beta(b-a) - \sqrt{4b\beta hm(b-a) + \beta^2(b-a)^2}}{2hmr}.$$

Модальное значение наименьшего значения выборки должно быть больше верхнего порога наработки на отказ (5). Поэтому выбираем значение $t_{\text{mod}(1),2}$.

Принимая модальное значение $t_{\text{mod}(1),2}$ за наименьшее значение выборки $t_{(1)}$, находим оценку начальной прочности r

$$r = \frac{e^{\beta t_{(1)}} [2bhm + \beta(b-a) - \sqrt{4b\beta hm(b-a) + \beta^2(b-a)^2}]}{2hm} \quad (10)$$

Оценку параметра β находим из формулы средней наработки до отказа T_1 (6) принимая её за выборочную среднюю наработку до отказа \bar{t} .

$$\bar{t} - t_{(1)} = \frac{e^{\frac{hb}{2(b-a)\beta}}}{\beta(b\beta - a\beta + hb)} \cdot \left(\frac{hb}{(b-a)\beta} \right)^{-\frac{hb}{2(b-a)\beta} - 2} \left\{ hbW_{\frac{hb}{2(b-a)\beta}, \frac{hb}{2(b-a)\beta} + \frac{1}{2}} \left(\frac{hb}{(b-a)\beta} \right) + \right. \\ \left. (\beta(b-a) + hb)W_{\frac{hb}{2(b-a)\beta} + 1, \frac{hb}{2(b-a)\beta} + \frac{1}{2}} \left(\frac{hb}{(b-a)\beta} \right) \right\} + \\ \frac{1}{\beta} \ln \frac{2bhm + \beta(b-a) - \sqrt{4b\beta hm(b-a) + \beta^2(b-a)^2}}{2bhm}. \quad (11)$$

Трансцендентное уравнение (11) имеет однозначное решение и достаточно легко решается. Так, например, в системе MAPLE при $m = 30$, $a = 2$, $b = 2,5$; $t_{(1)} = 100$, $\bar{t} = 150$ и $h = 0,36$ имеем $\beta = 0,0002566791704$ и $r = 2,559414288$. Откуда оценка нижнего порога ресурса $t_0 \approx 91,5$.

5. Перспективы дальнейших исследований

В дальнейшем необходимо найти другие оценки параметров r и β , и выбрать из них наилучшие, используя метод статистического моделирования.

Выводы

Предложенная модель безотказности вращающихся изделий имеет максимум интенсивности отказов, что дополнительно доказывает адекватность модели ввиду физики отказов и подтверждающих массовых экспериментов.

Полученные аналитические выражения показателей безотказности вращающихся изделий позволяют для любого вращающегося изделия решить практическую задачу, определяющую свойства изделия.

Найденные оценки параметров модели вращающихся изделий позволяют использовать их в практических целях по малому количеству испытаний этих изделий.

Список использованных источников:

1. Дальский А. М. Сборка высокоточных соединений в машиностроении / Дальский А. М., Кулешова З. Г. – М. : Машиностроение, 1988. – 304 с.
2. Ламнауэр Н. Ю. Оценка надежности вращающихся изделий / Н. Ю. Ламнауэр, О. Д. Пташный, Ю. И. Созонов // Вісник Національного технічного університету «ХПІ» : зб. наук. пр. / Нац. техн. ун-т «ХПІ». – Х., 2008. – № 42, темат. вип.: Машинознавство та САПР. – С. 75–80.
3. Ламнауэр Н. Ю . Вироби, що обертаються, та їхній прогнозований оптимальний час роботи в енергетиці / Н. Ю. Ламнауэр // Енергосбереження. Енергетика. Енергоаудит. – 2011. – №1 (83). – С. 24–28.
4. Герцбах М. Б. Модели отказов / М. Б. Герцбах, Х. Б. Кордонсий ; под ред. Б. В. Гнеденко. – М.: Сов. радио, 1966. – 165 с.
5. Надежность в машиностроении : справочник / под общ. ред. В. В. Шашкина, Г. П. Карзова. – СПб. : Политехника, 1992. – 719 с.
6. Ламнауэр Н. Ю. Економічні питання вибору технології фінішної обробки при виготовленні деталей в машинобудуванні // Вісник Національного технічного університету «ХПІ» : зб. наук. пр. / Нац. техн. ун-т «ХПІ». – Х., 2008. – №1, темат. вип. : «Технічний прогрес і ефективність виробництва». – С. 113–120.
7. Уиттекер Э. Т. Курс современного анализа. Ч. 2 / Э. Т. Уиттекер, Д. Н. Ватсон ; пер. с англ. под ред. Ф. В. Широкова. – М.: Физматгиз, 1963. – 516 с. .
8. Дейвид Г. Порядкове статистики / Г. Дейвид ; пер. с англ. под ред. В. В. Петрова. – М.: Физматгиз, 1979. – 336с.

Ламнауэр Н.Ю. «Показатели безотказности вращающихся изделий».

Предложена модель безотказности вращающихся изделий и получены аналитические выражения показателей безотказности, а также найдены оценки параметров этой модели.

Ключевые слова: качество, надежность, безотказность, вращающиеся

изделия, модель безотказности, параметры, оценка.

Ламнауер Н.Ю. «Показники безвідмовності виробів, що обертаються».

Запропонована модель безвідмовності виробів, що обертаються. Та отримані аналітичні вирази показників безвідмовності, а також знайдені оцінки параметрів цієї моделі.

Ключові слова: якість, надійність, безвідмовність; вироби, що обертаються; модель безвідмовності, параметри, оцінка.

Lamnauer N.Y. “Indicators of reliability of rotating products”.

A model of reliability of rotating products and the analytical expressions of reliability, and found estimates of parameters of this model.

Key words: quality, reliability, dependability, rotating products, reliability model, parameter estimation.

Стаття надійшла до редакції 14 листопада 2012 р.