**Міністерство освіти і науки України**

**УКРАЇНСЬКА ІНЖЕНЕРНО-ПЕДАГОГІЧНА АКАДЕМІЯ**

Кафедра практичної психології

**МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В ПСИХОЛОГІЇ**

***Методичні вказівки***

 ***до проведення практичних занять***

 ***для студентів освітнього ступеня «бакалавр»***

***денної та заочної форм навчання***

***спеціальності 053 Психологія***

**Харків**

 **2019**

Міністерство освіти і науки України

УКРАЇНСЬКА ІНЖЕНЕРНО-ПЕДАГОГІЧНА АКАДЕМІЯ

Кафедра практичної психології

**МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В ПСИХОЛОГІЇ**

*Методичні вказівки*

*до проведення практичних занять*

*для студентів освітнього ступеня «бакалавр»*

*денної та заочної форм навчання*

*спеціальності 053 Психологія*

Затверджено

Науково-методичною радою

Української інженерно-

педагогічної академії

протокол № 6

від 15.04.2019 р.

Харків

2019

УДК 159:9:373 (075.5)

Математичні методи в психології : метод. вказ. до проведення практичних занять для студ. ОС «бакалавр» денної та заоч. форм навч. спец. 053 Психологія / Укр. інж.-пед. акад. ; упоряд.: О. П. Нікітіна. – Харків : УІПА, 2019. – 45 с.

Матеріал, викладений у методичних вказівках, розрахований для використання при підготовці студентів до практичних занять з дисципліни "Математичні методи в психології" у рамках трьох модулів: засад впорядкування статистичних даних психологічних досліджень, особливостей перевірки статистичних гіпотез психологічних досліджень та багатовимірних методів аналізу емпіричних даних психологічних досліджень.

Видання призначене студентам освітнього ступеню «бакалавр» денної та заочної форм навчання спеціальності 053 Психологія.

**Рецензент :** Т. С. Сапєльнікова, канд. психол. наук, доц.

**Відповідальний за випуск :** І. М. Соколова, д-р психол. наук, проф.

© Нікітіна О. П., упорядкування, 2019

© УІПА, 2019

### ЗМІСТ

|  |  |
| --- | --- |
| ВСТУП…………………………………………………………………………. | **4** |
| Практичне заняття № 1. Методологія застосування математичних методів у психології ……………………………………………………………………. | **5** |
| Практичні заняття №№ 2-5. Методи описової статистики............................................................................................................. | **7** |
| Практичне заняття № 6. Нормальний закон розподілу випадкової величини.………….............................................................................................. | **13** |
| Практичні заняття №№ 7-9. Міри зв’язку між ознаками................................ | **19** |
| Практичні заняття № 10-13. Основні принципи перевірки статистичних гіпотез …………………………………………………………………………. | **26** |
| Практичне заняття № 14. Аналіз номінативних даних................................... | **32** |
| Практичне заняття № 15. Дисперсійний аналіз (ANOVA) ………………. | **34** |
| Практичне заняття № 16. Факторний аналіз ……………………………… | **35** |
| Практичне заняття № 17. Кластерний аналіз ……………………………… | **36** |
| Питання до заліку ……………………………………………………………... | **40** |
| Питання до іспиту........................................................................................... | **41** |
| ЛІТЕРАТУРА………………………….............................................................. | **42** |

**ВСТУП**

Оснащеність наукового дослідження адекватними математичними методами, тобто рівень його математизації, свідчить про *інноваційний характер* певної наукової галузі у сучасних умовах.

Специфіка використання математичних методів у психології визначається нелінійною природою її об'єктів, складністю структури та різноманіттям причинно-наслідкових зв'язків, що зумовлює застосування таких складних і потужних методів сучасної математики, як багатомірне шкалювання, факторний і кластерний аналіз та ін.

Курс передбачає досягнення **мети:**

* ознайомлення студентів з основами сучасного математичного апарату, освоєння математичних методів для подальшого професійного використання.

**Завданнями** вивчення дисципліни " Математичні методи в психології " є:

1. Ознайомити студентів з основними математичними методами, що використовуються в психології.
2. Сформувати позитивну мотивацію використання математичних методів як у фундаментальних, так і в прикладних дослідженнях.
3. Виробити навички використання математичних методів для вирішення професійних завдань.

Після оволодіння навчальною дисципліною студенти повинні:

**знати:**

* вимірювальні шкали, що використовуються в психології, і особливості отримуваних експериментальних даних;
* параметричні і непараметричні критерії, що використовуються в психології для обробки результатів досліджень;
* методи аналізу номінативних даних;
* основні методи кореляційного аналізу;
* основні методи і математичні ідеї дисперсійного аналізу.

**вміти:**

* обчислювати числові характеристики вибіркової сукупності;
* перевіряти відповідність емпіричного розподілу з теоретичним;
* застосовувати параметричні і непараметричні критерії для обробки експериментальних даних;
* аналізувати номінативні дані;
* досліджувати кореляційний зв’язок між ознаками, що вивчаються;
* застосовувати дисперсійний аналіз.

**володіти:**

* володіти технологіями обробки даних за допомогою методів математичної статистики.

**ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1. ЗАСАДИ ВПОРЯДКУВАННЯ СТАТИСТИЧНИХ ДАНИХ ПСИХОЛОГІЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ**

***Практичне заняття № 1. Методологія застосування математичних методів у психології***

План

1. Обговорення питань з теми:

* Охарактеризуйте основні етапи експериментального дослідження у психології.
* Чим різняться експеримент, природний експеримент і ква-зіексперимент?
* Що називають валідністю експерименту? Які типи валідності експериментального дослідження існують?
* Дайте характеристику психологічних показників, що можуть виступати як незалежні змінні.
* Опишіть кількісні і якісні параметри поведінки, які можуть бути залежними змінними.
* Обґрунтуйте основні типи математичних відносин, характерні для експериментальної психології.
* Охарактеризуйте два типи законів теорії психологічного експерименту.
* Які основні варіанти відношень існують між незалежною і залежною змінними?
* Обґрунтуйте основні прийоми контролю зовнішньої змінної.
* Дайте порівняльну характеристику номінальним і порядковим шкалам вимірювань.
* Порівняйте інтервальні і відносні шкали вимірювань.
* Дайте загальну характеристику типам вимірювань у психології.
* Обґрунтуйте зв'язок між предметом психологічного дослідження і способом опису даних (типом шкал вимірювання).
* Вкажіть різницю, яка існує між генеральною сукупністю, популяцією та вибіркою. Наведіть приклади.
* Розкрийте умови, за яких доцільно проводити психологічний експеримент з однією особою.
* Охарактеризуйте варіанти конструювання вибіркових груп.
* Дайте порівняльну характеристику основним стратегіям формування вибірок.
* Які існують рекомендації щодо вибору оптимального обсягу вибірки?
* Охарактеризуйте основні показники, на яких ґрунтуються типології експериментальних планів досліджень у психології.
* Розкрийте суть планів дійсного експерименту.
* Які переваги має план дослідження Соломона?
* У чому сутність плану Кемпбелла для чотирьох груп за схемою 2 • 2?
* Перелічіть особливості факторних планів порівняно з планами дійсного експерименту.
* Опишіть факторні плани 2 • 2, 2 • 3 і 3 • 3.
* Дайте характеристику факторних планів для трьох змінних типу 1-М- М, ротаційних планів, а також особливостей плану типу “латинсь­кий квадрат”.
* Порівняйте квазіексперимент з дійсним експериментом.
* Чим відрізняються квазіекспериментальні плани для нееквіва­лентних груп і плани дискретних часових серій?
* У чому полягають особливості плану типу ех-розМвсїо?
* Які три дослідницькі парадигми стосовно планів досліджень для одного випробовуваного взаємодіють і конкурують в експеримен­тальній психології?
* Охарактеризуйте плани-стратегії для одного випробовуваного за схемами: А—В, А—В—А, А—В—А—В і А—В—С—В.
* Сформулюйте сутність плану кореляційного дослідження.
* Дайте порівняльну характеристику простого і порівняльного кореляційних досліджень.
* Назвіть та охарактеризуйте основні плани кореляційного дослі­дження.
* Опишіть процес організації кореляційного дослідження за пла­ном попарно еквівалентних груп.
* Чим багатомірне кореляційне дослідження відрізняється від одномірного кореляційного дослідження?
* Розкрийте сутність структурного кореляційного дослідження.
* Як будують лонгітюдне кореляційне дослідження?

2. Тематика реферативних робіт:

* Різновиди математичного моделювання і специфіка їх використання в психології.
* Математичні методи у системі методів психології.
* Математичні методи і валідність експериментального дослідження.
* Експериментальні плани і математичні методи.

 3. Питання для самоконтролю:

a. Визначте генеральну сукупність і вибірку:

- студенти гуманітарних спеціальностей, студенти-психологи;

- діти старшої групи дитячого садка №1, діти старшого дошкільного віку;

- вчителі початкової школи, вчителі початкової школи №116 м. Харкова.

b. Вкажіть, які вибірки є залежними, які незалежними:

- діти - батьки;

- група курсантів військового училища на початку року і в кінці;

- студенти гуманітарних і технічних спеціальностей;

- група дітей до і після тренінгового впливу;

- учні 6А і 6Б класу.

c. Самостійно сформулюйте проблему емпіричного дослідження з психології (це може бути темою Вашої курсової роботи), визначте генеральну сукупність і вибірку. З'ясуйте:

- які вибірки будуть у дослідженні (залежні / незалежні);

- який має бути оптимальний обсяг для даної вибірки;

- як зробити вибірку дослідження репрезентативною і однорідною.

***Практичні заняття №№ 2-5. Методи описової статистики***

План

1. Обговорення питань з тем:

* Технології формування вибірки.
* Основні методи математичної статистики.
* Математичні показники вибірки.
* Розрахунки та інтерпретації МЦТ і ММ.

2. Тематика реферативних робіт:

* Елементи теорії ймовірностей. Випробування та події.
* Емпіричні розподіли частот.
* Поняття про МЦТ.
* Поняття про ММ.
* Характеристики положення і показники варіації.
* Стратегії і способи формування репрезентативної вибіркової сукупності.

3. 1. Практичні завдання (розрахунки): МЦТ і ММ

Варіант 1.Студентами психолого-педагогічного факультету були проведені заміри щодо розумового розвитку дітей 15-річного віку за шкалою Стенфорд-Біне. Були отримані такі дані тесту: 102, 63, 51, 109, 51, 63, 104, 117, 104, 102, 51, 82, 17, 109, 82, 17, 98, 98.

Варіант 2.Студентами психолого-педагогічного факультету були проведені дослідження розвитку невербального інтелекту учнів 9-х класів за допомогою тесту WAIS-R, модифікацією тесту Векслера. Отримані такі дані тесту: 56, 34, 101, 67, 56, 12, 14, 67, 84, 91, 94, 84, 67, 56, 34, 14, 34, 12, 84, 67.

Варіант 3.Студентами психолого-педагогічного факультету були проведені заміри щодо розвитку вербального інтелекту учнів 6-х класів за допомогою тесту WAIS-R, модифікацією тесту Векслера. Були отримані дані тесту: 22, 45, 51, 35, 51, 43, 74, 17, 64, 22, 51, 74, 17, 35, 43, 45, 17, 64, 74, 64, 22.

Варіант 4.Студентами психолого-педагогічного факультету були проведені заміри щодо розвитку інтелекту учнів 9-х класів за субтестом індуктивного мислення з тесту структури інтелекту Амтхауера. Оцінювання здійснювалося за кількістю правильно виконаних завдань (20 завдань) та часом, затраченим на виконання завдань (не перевищує 6 хвилин). Були отримані такі узагальнені дані: 16, 13, 52, 39, 51, 63, 24, 17, 24, 13, 51, 52, 17, 39, 52, 17, 41, 17, 13,41

Варіант 5.Студентами психолого-педагогічного факультету були проведені заміри щодо розвитку інтелекту учнів 8-х класів за субтестом FS (вибір фігури, дослідження просторової уяви, комбінаторних здібностей) із тесту структури інтелекту Амтхауера. Оцінювання здійснювалося за кількістю правильно виконаних завдань (20 завдань) та часом, затраченим на виконання завдань (не перевищує 7 хвилин). Отримані такі дані: 82, 33, 56, 9, 42, 33, 24, 17, 42, 22, 41, 42, 67, 9, 56, 17, 28, 67, 74, 67, 56.

Варіант 6.Студентами психолого-педагогічного факультету були проведені заміри щодо розвитку інтелекту учнів 11-х класів за субтестом WV (вибір кубиків за зміненим положенням, дослідження просторової уяви, комбінаторних здібностей) із тесту структури інтелекту Амтхауера. Оцінювання здійснювалося за кількістю правильно виконаних завдань (20 завдань) та часом, затраченим на виконання завдань (не перевищує 6 хвилин). Були отримані такі дані тесту: 12, 63, 51, 9, 14, 63, 14, 27, 38, 14, 12, 27, 38, 47, 49, 32, 17, 38, 32, 38, 47, 40.

Варіант 7. Студентами психолого-педагогічного факультету були проведені заміри загальних здібностей учнів 10-х класів за тестом Г.Айзенка. На виконання 40 завдань відводилося 30 хвилин. Результати тестування такі: 72, 15, 51, 29, 51, 63,44, 17, 44, 37, 51, 29, 37, 29, 37, 17, 29, 44, 37, 41, 41.

Варіант 8. Студентами психолого-педагогічного факультету були проведені заміри щодо розвитку логічності мислення учнів 14-річного віку за допомогою тесту наростаючої складності (скорочений варіант методики Равена). Учням пропонувалося 30 завдань для встановлення закономірностей, що пов'язують фігури між собою. Були отримані такі дані тестування: 12, 13, 21, 19, 21, 13, 14, 17, 14, 12, 7, 26, 17, 19, 26, 17, 8, 9, 6, 17, 8, 21, 21.

Варіант 9. Студентами психолого-педагогічного факультету були проведені заміри інтелектуального розвитку дітей 11 років за допомогою тестуCFIT (культурно-вільний тест на інтелект). Отримані такі результати: 72, 43, 51, 109, 51, 63, 104, 119, 104, 102, 72, 82, 17, 109, 82, 17, 98, 92.

Варіант 10.Студентами психолого-педагогічного факультету були проведені заміри для дослідження творчої обдарованості дітей 4-8 класів за допомогою тесту креативності П. Торранса. Були отримані такі бали за оригінальність: 62, 63, 31, 29, 31, 63, 24, 57, 24, 62, 31, 42, 17, 29, 42, 57, 48, 48, 51, 68, 51.

Варіант 11.Студентами психолого-педагогічного факультету були проведені заміри для дослідження творчої обдарованості дітей 1-2 класів за допомогою тесту креативності П.Торранса. Були отримані такі бали: 2, 23, 51, 19, 11, 34, 6, 17, 14, 17, 14, 12, 11, 23, 17, 19, 12, 17, 38, 34, 44, 44.

Варіант12.Студентами психолого-педагогічного факультету були проведені заміри для дослідження творчої обдарованості дітей 9-11 класів за допомогою тесту креативності П.Торранса. Були отримані такі бали за гнучкість або різноманітність ідей та стратегій: 11, 45, 12, 19, 32, 8, 14, 11, 14, 12, 31, 12, 17, 19, 32, 17, 28, 32, 28, 17, 19, 39.

Варіант 13.Студентами психолого-педагогічного факультету були проведені заміри щодо рівнів суб'єктивного контролю за тестом УСК (учням 11-х класів пропонувалися 44 запитання). Отримані такі результати тестування: 12, 23, 41, 19, 31, 23, 14, 17, 14, 12, 21, 12, 17, 19, 31, 17, 38, 35, 38, 21, 31.

Варіант 14.Студентами психолого-педагогічного факультету були проведені заміри рівня розвитку мови дітей, які вступають до школи за тестом Г.Вітцлака. Були отримані такі дані: 12, 33, 21, 19, 21, 33, 44, 27, 14, 32, 35, 37, 37, 19, 32, 37, 28, 38, 37, 32, 28.

Варіант 15.Студентами психолого-педагогічного факультету були проведені заміри здатності до навчання (навченості) дітей, які вступають до школи, за тестом Г.Вітцлака. Були отримані такі дані: 34, 37, 34, 22, 19, 34, 37, 42, 19, 26, 22, 39, 41, 26, 22, 37, 39, 41, 33, 31, 33.

Варіант 16.Студентами психолого-педагогічного факультету були проведені заміри щодо розумового розвитку учнів 14-річного віку за шкалою Стенфорд-Біне. Були отримані такі дані: 47, 73, 51, 79, 51, 69, 84, 97, 47, 102, 51, 82, 73, 69, 84, 39, 73, 97.

Варіант 17.Студентами психолого-педагогічного факультету були проведені заміри для дослідження творчої обдарованості дітей 9-10 класів за допомогою тесту креативності П.Торранса. Були отримані такі дані (бали за оригінальність): 41, 53, 31, 29, 31, 63, 24, 57, 88, 62, 71, 42, 63, 39, 42, 57, 48, 53, 51, 68, 51.

Варіант 18.Студентами психолого-педагогічного факультету були проведені заміри для дослідження рівня особистісної тривожності підлітків за допомогою тесту Ч.Спілбергера. Були отримані наступні стандартизовані бали: 32, 30, 31, 29, 31, 35, 24, 25, 24, 27, 31, 22, 17, 20, 22, 17, 18, 18, 31, 28, 31.

Варіант 19.Студентами психолого-педагогічного факультету були проведені заміри для дослідження творчої обдарованості дітей 1-2 класів за допомогою тесту креативності П.Торранса. Були отримані такі бали: 23, 17, 19, 51, 19, 11, 34, 6, 17, 14, 17, 14, 12, 11, 23, 17, 38, 34, 44, 44, 34, 35, 45, 38, 27, 30.

Варіант 20.Студентами психолого-педагогічного факультету були проведені заміри інтелектуального розвитку дітей 11 років за допомогою тесту CFIT (культурно-вільний тест на інтелект). Отримані такі результати: 51, 63, 72, 43, 51, 109, 102, 72, 82, 17, 109, 82, 17, 98, 92, 99, 107, 79, 88, 90, 101, 115, 79, 85.

3. 2. Практичні завдання (розрахунки):

1. При визначенні ступеня вираженості деякої психічної властивості в двох групах, дослідній і контрольній, бали розподілилися наступним чином:

ЕГ – 18, 15, 16, 11, 14,15, 16,16, 20, 22, 17, 12, 11, 12, 18, 19, 20

КГ – 26, 8, 11, 12, 25, 22, 13, 14, 21, 20, 15, 16, 17, 16, 9, 11, 16

Дати порівняльну характеристику ступеня вираженості цієї властивості в даних групах.

1. При визначенні ступеня вираженості деякої психічної властивості в двох групах, дослідній і контрольній, бали розподілилися наступним чином:

ЕГ – 19, 16, 17, 12, 15,16, 17,17, 21, 23, 18, 13, 12, 13, 19, 20, 21

КГ – 27, 9, 12, 13, 26, 23, 14, 15, 22, 21, 16, 16, 18, 17, 10, 12, 17

Дати порівняльну характеристику ступеня вираженості цієї властивості в даних групах.

1. При визначенні ступеня вираженості деякої психічної властивості в двох групах, дослідній і контрольній, бали розподілилися наступним чином:

ЕГ – 16, 13, 14, 9, 10,13, 14,14, 18, 20, 15, 10, 9, 10, 16, 17, 18

КГ – 24, 6, 9, 10, 23, 20, 11, 12, 19, 18, 13, 14, 12, 14, 7, 9, 14

Дати порівняльну характеристику ступеня вираженості цієї властивості в даних групах.

1. При визначенні ступеня вираженості деякої психічної властивості в двох групах, дослідній і контрольній, бали розподілилися наступним чином:

ЕГ – 15, 12, 13, 8, 11,12, 13,13, 17, 19, 14, 9, 8, 9, 15, 16, 17

КГ – 23, 5, 9, 9, 22, 19, 10, 11, 18, 17, 12, 13, 14, 13, 6, 8, 13

Дати порівняльну характеристику ступеня вираженості цієї властивості в даних групах.

4. Ознайомлення із застосуванням методів первинного дослідницького аналізу даних у розв'язанні завдань інтелектуального аналізу даних засобами інтегрованої системи Statistica

Статистичний аналіз даних звичайно починається з обчислення загальних характеристик отриманих показників. Знаходять середнє, дисперсію, розмах, варіації тощо, визначають вид розподілу. У системі STATISTICA ці процедури здійснюються в модулі Basic Statistics and Tables – Основні статистики й таблиці.



Рис. 1. Стартова панель модуля *Basic Statistics and Tables – Основні статистики й таблиці.*

У діалоговому вікні ***Descriptive statistics – Описова статистика*** (рис. 1), можна вибрати змінні для аналізу, побудувати гістограмми, зручно візуалізувати дані тощо. Для обчислення статистичних характеристик обраних змінних призначена кнопка ***Detailed descriptive statistics – Докладні описові статистики***. У вікні ***Select the variables for analysis – Вибрати змінні для аналізу*, *що*** відкривається клацанням по кнопці ***Variables – Змінні*** виберемо для аналізу змінні, і клацнемо по кнопці **ОК** або ***Detailed descriptive statistics – Докладні описові статистики*.** Вікно результатів презентовано на рис. 2.



Рис. 2. Вікно результатів проведеного аналізу *Descriptive statistics – Описові статистики.*

 Тут: **Valid N** – Число спостережень, по яких були розраховані характеристики; **Mean** – Середнє значення по кожному показникові; **Minimum** – Мінімальне значення показника; **Maximum** – Максимальне значення показника; **Std. Dev.** - Стандартне відхилення (средньоквадратичне відхилення).

Як правило, дослідникові потрібно більш широкий набір характеристик, чому пропонований системою за замовчуванням. Для цих цілей праворуч у діалоговому вікні ***Descriptive statistics – Описова статистика*** перебуває група кнопок ***Statistics – Статистика*,** де можна задати обчислення медіани й квартилей (***Median&quartiles***), а також довірчі границі для середнього (***Conf.limits for means***), позначивши їх галочкою. Клацання по кнопці ***More Statistics – Інші статистики*** відкриває меню (рис. 3), що дозволяє побільшати набір, що обчислюються статистичних характеристик.

Поряд із уже розглянутими, це меню містить наступні характеристики:

**Sum** – Сума; **Median** – Медіана; **Variance** – Дисперсія; lower*&***upper quartiles** - нижній й верхній квартилі; **range** – Розмах варіації; **quartile range** *–* Квартильный розмах; **skewness** - Коефіцієнт асиметрії; **kurtosis** - Коефіцієнт ексцесу.



Рис. 3. Меню *Statistics – Статистики.*

 4. Питання для самоконтролю:

a. Визначте, в якій шкалі представлено кожне з наведених нижче вимірювань:

- порядковий номер досліджуваного в списку (для його ідентифікації).

- кількість питань в анкеті як міра трудомісткості опитування.

- упорядкування випробовуваних за часом рішення тестового завдання.

- телефонні номери.

- час рішення завдання.

- кількість агресивних реакцій за робочий день.

b. Проведіть ранжування:

1 2 3 2 2 4 4 4 5 1 1 1 4 6 6 5

c. Для даного числового ряду обчисліть *Мо*, *Мe, x*, зробіть висновки про розподіл: 2 2 3 3 3 4 4 4 4 5 5 5 5 5 6 6 6 6 7 7 7 8 8.

d. Для даного числового ряду обчисліть *D, σ*: 2 2 2 3 3 4 5 5 5 6 6 6 6 7 7 8.

1. Сформувати словник за провідними поняттями теми.

**ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2. ОСОБЛИВОСТІ ПЕРЕВІРКИ СТАТИСТИЧНИХ ГІПОТЕЗ ПСИХОЛОГІЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ**

***Практичне заняття № 6.*** ***Нормальний закон розподілу випадкової величини***

План

1. Обговорення питань з теми:

* Нормальний розподіл.
* Характеристики нормального розподілу (асиметрія і ексцес).
* Побудова кривої розподілу ознаки (розрахунок теоретичних частот).
* Формули Пустильніка для розрахунку критичних значень А і Е.
* Розподіл χ2 .
* Розподіл Стьюдента.

2. Тематика реферативних робіт:

* Використання нормального розподілу у психологічних дослідженнях, спрямованих на розробку тестів інтелекту.
* Критерії перевірки нормальності розподілу.

3.1. Практичні завдання (розрахунки):

1. На групі з 30 добровольців-студентів, був виконаний досвід з вивчення окорухової координації. Завдання полягало в тому, щоб вражати пред'являються на дисплеї рухомі мішені. Були пред'явлені 10 послідовностей з 25 мішеней. Побудувати криву розподілу величини, що відбиває кількість уражених мішеней.

2. При визначенні ступеня вираженості деякої психічної властивості в дослідній групі були отримані наступні результати: 18, 15, 16, 11, 14,15, 16,16, 16, 22, 17, 12, 11, 12, 18, 19, 20. Побудувати криву розподілу ознаки і дати висновок про відхилення даного розподілу від нормального.

3. При визначенні ступеня вираженості деякої психічної властивості в дослідній групі були отримані наступні результати: 14, 8, 13, 12, 25, 22, 13, 14, 21, 20, 14, 16, 17, 16, 9, 11, 16. Побудувати криву розподілу ознаки і дати висновок про відхилення даного розподілу від нормального.

4. При визначенні ступеня вираженості деякої психічної властивості в дослідній групі були отримані наступні результати: 19, 16, 17, 12, 15,16, 17,17, 21, 23, 18, 13, 13, 13, 19, 20, 21. Побудувати криву розподілу ознаки і дати висновок про відхилення даного розподілу від нормального.

5. При визначенні ступеня вираженості деякої психічної властивості в дослідній групі були отримані наступні результати: 27, 16, 15, 13, 23, 23, 14, 15, 22, 21, 16, 16, 18, 17, 10, 12, 17. Побудувати криву розподілу ознаки і дати висновок про відхилення даного розподілу від нормального.

6. При визначенні ступеня вираженості деякої психічної властивості в дослідній групі були отримані наступні результати: 16, 13, 14, 9, 10,13, 14,14, 18, 20, 15, 10, 9, 10, 16, 17, 18. Побудувати криву розподілу ознаки і дати висновок про відхилення даного розподілу від нормального.

7. При визначенні ступеня вираженості деякої психічної властивості в дослідній групі були отримані наступні результати: 24, 6, 9, 10, 23, 20, 11, 12, 19, 18, 13, 14, 12, 14, 7, 9, 14. Побудувати криву розподілу ознаки і дати висновок про відхилення даного розподілу від нормального.

8. При визначенні ступеня вираженості деякої психічної властивості в дослідній групі були отримані наступні результати: 15, 12, 13, 8, 11,12, 13,13, 17, 19, 14, 9, 8, 9, 15, 16, 17. Побудувати криву розподілу ознаки і дати висновок про відхилення даного розподілу від нормального.

9. При визначенні ступеня вираженості деякої психічної властивості в дослідній групі були отримані наступні результати: 23, 5, 9, 9, 22, 19, 10, 11, 18, 17, 13, 13, 14, 13, 6, 8, 13. Побудувати криву розподілу ознаки і дати висновок про відхилення даного розподілу від нормального.

10. При визначенні ступеня вираженості деякої психічної властивості в дослідній групі були отримані наступні результати: 53, 51, 49, 47, 46, 45, 44, 44, 42, 42, 42, 41, 41, 41, 41, 40, 40, 40, 39, 39, 39, 38, 38, 37, 36, 36. Побудувати криву розподілу ознаки і дати висновок про відхилення даного розподілу від нормального.

11. При визначенні ступеня вираженості деякої психічної властивості в дослідній групі були отримані наступні результати: 53, 51, 49, 47, 46, 45, 44, 44, 42, 42, 42, 41, 41, 41, 41, 40, 40, 40, 39, 39, 39, 38, 38, 37, 36, 36. Побудувати криву розподілу ознаки і дати висновок про відхилення даного розподілу від нормального.

Етапи обробки даних

1) Занести дані в таблицю 1.

2) Впорядкувати дані (по спадаючій) в вибірці.

3) Порахувати асиметрію, ексцес, середнє арифметичне, стандартне відхилення.

4) Порахувати емпіричну частоту зустрічі кожної ознаки (m).

5) Дані занести в таблицю 2. Розрахувати теоретичні частоти (m').

6) За допомогою Майстра діаграм (Excel) побудувати криву.

7) Розрахувати критичні значення А і Е за формулами Пустильніка.

8) Дати висновки про відхилення даного розподілу від нормального.

3. 2. Практичне завдання. Приклад вивчення форми розподілу в системі STATISTICA

 Припустимо, що показники асиметрії й ексцесу деякої змінної VES (див. рис.4) незначно відрізняються від нуля. Це дозволяє зробити висновок про близькість розподілу даної змінної до теоретичного нормального розподілу.



Рис. 4. Гістограмма для змінної VES.

Розрахований для іншої змінної GABARIT неї показник асиметрії говорить про значну лівосторонню асиметрію розподілу, а показник ексцесу – про його гостровершинність. Тож, розподіл GABARIT є далеким від нормального.

На гістограмі, побудованої для змінної GABARIT (рис.5), видно, що в ряді розподілу змінної переважають варіанти з більшим, ніж середнє арифметичне, значенням ознаки; вершина кривої розподілу зрушена вправо й ліва частина кривої виявляється довшою – розподіл має “довгий лівий хвіст”, тобто в наявності значна лівостороння (негативна) асиметрія. Крім того, вершина розподілу значно вище вершини накладеної на графік кривої нормального розподілу (відображається червоною безперервною лінією), що говорить про гостровершинність розподілу.



Рис. 5. Гістограма для змінної GABARIT.

У нижній частині діалогового вікна Descriptive statistics – Описова статистика перебувають додаткові клавіші графіків. Клавіша Box&whisker plot for all variables – Діаграма розмаху для всіх змінних виводить на екран наступний вид графіка (рис.6). Даний графік включає три компоненти:

- центральна крапка визначає медіану;

- прямокутник показує квартильний розмах, тобто діапазон навколо медіани, який містить 50% спостережень;

- відрізки (“вусики”) прямокутника відповідають розмаху варіації.

Графік Box&whisker plot for all variables – Діаграма розмаху для всіх змінних дозволяє оцінити симетричність розподілу змінних. У нашому прикладі явно видна несиметричність розподілу змінної GABARIT, у той час як розподіл змінної VES є досить симетричним.

Критерії згоди, використовувані в системі Statistica, доступні в діалоговому вікні Frequency tables – Таблиці частот меню Analysis – Аналіз модуля Basic Statistics and Tables – Основні статистики й таблиці.

У цім діалоговому вікні є група кнопок Tests of normality – Критерії нормальності:

1. K-S test - Критерій Колмогорова-Смирнова обчислюється при відомому середньому й середньоквадратичному відхиленні генеральної сукупності. Якщо обчислена D-Статистика значуща (на екрані рядок буде мати червоний колір), то гіпотеза про те, що дані мають нормальний розподіл, відкидається. А якщо ні, то, гіпотеза про нормальність розподілу ухвалюється.



Рис.6. Box&whisker plot for all variables – Діаграма розмаху для всіх змінних.

2. Lilliefors test - Критерій Ліллієфорса обчислюється при невідомому середньому й середньоквадратичному відхиленні генеральної сукупності (вони оцінюються за наявним даними). Як і в попередньому випадку, якщо обчислена D-Статистика значуща й рядок на екрані червоного кольору, то гіпотеза про те, що дані мають нормальний розподіл, відкидається. А якщо ні, то, гіпотеза про нормальність розподілу ухвалюється.

3. Shapiro – Wilk’s W test – Критерій Шапіро-Уілка W – за даними спостережень обчислюється W-Статистика, і якщо вона значуща (на екрані рядок виділений червоним кольором), гіпотеза про нормальний характер розподілу відкидається, а якщо ні, то – ухвалюється.

Відзначивши галочками всі три критерії в групі опцій Tests of normality – Критерії нормальності вікна Frequency tables – Таблиці частот (рис. 7), натиснемо клавішу Tests for normality.

Рядки, що відповідають змінній GABARIT, у всіх трьох таблицях виділені червоним кольором, що говорить про необхідність відкинути гіпотезу про нормальний характер розподілу даної змінної.

Гіпотеза про нормальний характер розподілу змінної VES ухвалюється (див.рис.8).

Розрахунки всіх розглянутих критеріїв можливі також у вікні Descriptive statistics – Описова статистика.



Рис. 7. Діалогове вікно Frequency tables – Таблиці частот.

Відповідні опції є в групі опцій Distribution – Розподіл, і якщо відзначити їхніми галочками, те розраховані значення будуть відображені або за назвою гістограмми ( при побудові гістограмм), або над таблицею частот (при побудові таблиці частот).





Рис. 8. Вікно результатів Tests of normality – Критерії нормальності.

***Практичні заняття №№ 7-9.*** ***Міри зв’язку між ознаками.***

План

1. Обговорення питань з теми:

* Сутність методів встановлення статистичних взаємозв'язків.
* Діаграми розсіювання емпіричних значень змінних Х і У.
* Інтерпретація коефіцієнтів кореляції.
* Кореляція метричних змінних.
* Кореляція рангових змінних.
* Кореляція дихотомічних змінних.

2. Тематика реферативних робіт:

* Кореляційні залежності. Приклади у психологічних дослідженнях.
* Основні властивості коефіцієнта кореляції.

3. Практичні завдання (розрахунки):

1. В учасників психологічного експерименту було виміряно рівень суперництва (по тесту Томаса) і стиль спілкування (по тесту Журавльова). Отримані дані занесені в таблицю 1.

Чи можна стверджувати, що люди схильні до суперництва вважають за краще деспотичний стиль спілкування?

Таблиця 1

**Результати дослідження**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Вік** | **Рівень суперництва** | **Деспотичний стиль спілкування** |
| 1 | 27 | 7 | 15 |
| 2 | 38 | 7 | 22 |
| 3 | 34 | 3 | 22 |
| 4 | 24 | 2 | 15 |
| 5 | 34 | 3 | 9 |
| 6 | 22 | 5 | 7 |
| 7 | 42 | 2 | 0 |
| 8 | 23 | 5 | 11 |
| 9 | 33 | 2 | 10 |
| 10 | 26 | 4 | 43 |
| 11 | 24 | 4 | 9 |
| 12 | 36 | 8 | 6 |
| 13 | 34 | 5 | 37 |
| 14 | 38 | 4 | 24 |
| 15 | 45 | 5 | 30 |
| 16 | 38 | 11 | 60 |
| 17 | 36 | 4 | 13 |
| 18 | 34 | 3 | 20 |
| 19 | 40 | 4 | 10 |
| 20 | 27 | 1 | 21 |
| 21 | 49 | 9 | 67 |

2.В учасників психологічного експерименту було виміряно рівень суперництва (по тесту Томаса) і стиль спілкування (по тесту Журавльова). Отримані дані занесені в таблицю 2.

Чи можна стверджувати, що люди схильні до суперництва вважають за краще колегіальний стиль спілкування?

Таблиця 2

**Результати дослідження**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Вік** | **Рівень суперництва** | **Деспотичний стиль спілкування** | **Колегіальний стиль спілкування** | **Ліберальний стиль спілкування** |
|  |  |
|  |  |  |  |
| 1 | 27 | 7 | 15 | 51 | 9 |
| 2 | 38 | 7 | 22 | 75 | 4 |
| 3 | 34 | 3 | 22 | 52 | 7 |
| 7 | 24 | 2 | 15 | 73 | 7 |
| 8 | 34 | 3 | 9 | 75 | 9 |
| 9 | 22 | 5 | 7 | 57 | 3 |
| 10 | 42 | 2 | 0 | 52 | 2 |
| 12 | 23 | 5 | 11 | 57 | 2 |
| 13 | 33 | 2 | 10 | 47 | 2 |
| 16 | 26 | 4 | 43 | 29 | 24 |
| 17 | 24 | 4 | 9 | 44 | 11 |
| 18 | 36 | 8 | 6 | 73 | 0 |
| 19 | 34 | 5 | 37 | 30 | 6 |
| 20 | 38 | 4 | 24 | 46 | 11 |
| 22 | 45 | 5 | 30 | 35 | 58 |
| 25 | 38 | 11 | 60 | 10 | 8 |
| 26 | 36 | 4 | 13 | 62 | 20 |
| 30 | 34 | 3 | 20 | 49 | 12 |
| 31 | 40 | 4 | 10 | 13 | 38 |
| 32 | 27 | 1 | 21 | 11 | 55 |
| 33 | 49 | 9 | 67 | 18 | 25 |

3.В учасників психологічного експерименту було виміряно рівень суперництва (по тесту Томаса) і стиль спілкування (по тесту Журавльова). Отримані дані занесені в таблицю 2.

Чи можна стверджувати, що люди схильні до суперництва вважають за краще ліберальний стиль спілкування?

4.В учасників психологічного експерименту було виміряно рівень емпатії і стиль спілкування (по тесту Журавльова). Отримані дані занесені в таблицю 3. Чи можна стверджувати, що люди з високим рівнем емпатії схильні до лібералізму?

Таблиця 3

**Результати дослідження**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Вік** | **Рівень емпатії** | **Деспотичний стиль спілкування** | **Колегіальний стиль спілкування** | **Ліберальний стиль спілкування** |
|  |  |
|  |  |  |  |
| 1 | 27 | 32 | 15 | 51 | 9 |
| 2 | 38 | 51 | 22 | 75 | 4 |
| 3 | 34 | 54 | 22 | 52 | 7 |
| 7 | 24 | 56 | 15 | 73 | 7 |
| 8 | 34 | 47 | 9 | 75 | 9 |
| 9 | 22 | 56 | 7 | 57 | 3 |
| 10 | 42 | 69 | 0 | 52 | 2 |
| 12 | 23 | 55 | 11 | 57 | 2 |
| 13 | 33 | 69 | 10 | 47 | 2 |
| 16 | 26 | 46 | 43 | 29 | 24 |
| 17 | 24 | 53 | 9 | 44 | 11 |
| 18 | 36 | 62 | 6 | 73 | 0 |
| 19 | 34 | 55 | 37 | 30 | 6 |
| 20 | 38 | 53 | 24 | 46 | 11 |
| 22 | 45 | 57 | 30 | 35 | 58 |
| 25 | 38 | 43 | 60 | 10 | 8 |
| 26 | 36 | 53 | 13 | 62 | 20 |
| 30 | 34 | 60 | 20 | 49 | 12 |
| 31 | 40 | 50 | 10 | 13 | 38 |
| 32 | 27 | 43 | 21 | 11 | 55 |
| 33 | 49 | 38 | 67 | 18 | 25 |

5. В учасників психологічного експерименту було виміряно рівень емпатії і стиль спілкування (по тесту Журавльова). Отримані дані занесені в таблицю 3. Чи є залежність між рівнем емпатії і деспотичним стилем спілкування? Якщо так, то яка?

6. В учасників психологічного експерименту було виміряно рівень емпатії і стиль спілкування (по тесту Журавльова). Отримані дані занесені в таблицю 3. Чи можна стверджувати, що люди з високим рівнем емпатії вибирають колегіальний стиль спілкування?

7. У групи учасників психологічного експерименту було виміряно рівень конфліктності і рівень агресивності. Дані занесені в таблицю 4. Чи можна стверджувати, що конфліктність залежить від рівня агресивності?

Таблиця 4

**Результати дослідження**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Рівень агресивності** | **Рівень конфліктності** |
|  |
| 1 | 36 | 32 |
| 2 | 41 | 31 |
| 3 | 41 | 32 |
| 4 | 35 | 24 |
| 5 | 38 | 25 |
| 6 | 38 | 25 |
| 7 | 41 | 29 |
| 8 | 41 | 32 |
| 9 | 40 | 28 |
| 10 | 37 | 32 |
| 11 | 33 | 24 |
| 12 | 39 | 32 |
| 13 | 35 | 25 |
| 14 | 41 | 30 |
| 15 | 41 | 27 |
| 16 | 39 | 3 |
| 17 | 40 | 29 |
| 18 | 45 | 31 |
| 19 | 45 | 35 |
| 20 | 42 | 32 |
| 21 | 44 | 28 |
| 22 | 42 | 26 |
| 23 | 38 | 28 |
| 24 | 36 | 30 |
| 25 | 45 | 31 |
| 26 | 41 | 20 |
| 27 | 42 | 31 |
| 28 | 43 | 30 |
| 29 | 38 | 29 |
| 30 | 36 | 33 |
| 31 | 34 | 22 |
| 32 | 40 | 30 |
| 33 | 39 | 33 |
| 34 | 35 | 24 |
| 35 | 37 | 33 |
| 36 | 48 | 32 |
| 37 | 46 | 35 |

8. У групи учасників психологічного експерименту було виміряно рівень агресивності і визначено тип акцентуації особистості (за Леонгардом). У таблицю 5 занесені дані учасників з акцентуацією за застряючому типу. Чи можна стверджувати, що між рівнем агресивності і акцентуацією (за застрягаючим типом) існує залежність?

Таблиця 5

**Результати дослідження**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Рівень агресивності** | **Ступінь акцентуації** |
|  |
| 1 | 36 | 20 |
| 2 | 41 | 20 |
| 3 | 41 | 14 |
| 4 | 35 | 16 |
| 5 | 38 | 14 |
| 6 | 38 | 22 |
| 7 | 41 | 8 |
| 8 | 41 | 6 |
| 9 | 40 | 14 |
| 10 | 37 | 16 |
| 11 | 33 | 12 |
| 12 | 39 | 18 |
| 13 | 35 | 14 |
| 14 | 41 | 18 |
| 15 | 41 | 16 |
| 16 | 39 | 18 |
| 17 | 40 | 14 |
| 18 | 45 | 12 |
| 19 | 45 | 22 |
| 20 | 42 | 16 |
| 21 | 44 | 20 |
| 22 | 42 | 8 |
| 23 | 38 | 16 |
| 24 | 36 | 14 |
| 25 | 45 | 18 |
| 26 | 41 | 4 |
| 27 | 42 | 16 |
| 28 | 43 | 14 |
| 29 | 38 | 16 |
| 30 | 36 | 22 |
| 31 | 34 | 12 |
| 32 | 40 | 18 |
| 33 | 39 | 18 |
| 34 | 35 | 12 |
| 35 | 37 | 14 |
| 36 | 48 | 16 |
| 37 | 46 | 16 |

9. У школярів було виміряно коефіцієнт розвитку вербального інтелекту. В кінці року порахували загальний бал по успішності. Чи є залежність між розвитком вербального інтелекту і успішністю? Результати тестування занесені в таблицю 6.

Таблиця 6

**Результати дослідження**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Рівень вербального інтелекту** | **Загальний бал успішності** |
| 1 | 34 | 4,38 |
| 2 | 31 | 3,71 |
| 3 | 27 | 3,51 |
| 4 | 29 | 4,31 |
| 5 | 31 | 4,67 |
| 6 | 35 | 4,03 |
| 7 | 29 | 4,38 |
| 8 | 29 | 3,61 |
| 9 | 31 | 3,66 |
| 10 | 33 | 4,19 |
| 11 | 34 | 3,95 |
| 12 | 26 | 3,95 |
| 13 | 28 | 3,89 |
| 14 | 33 | 4,87 |
| 15 | 32 | 4,18 |
| 16 | 32 | 3,89 |

10. У школярів було виміряно коефіцієнт розвитку невербального інтелекту. В кінці року порахували загальний бал по успішності. Чи є залежність між розвитком невербального інтелекту і успішністю? Результати тестування занесені в таблицю 7.

Таблиця 7

**Результати дослідження**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Рівень вербального інтелекту** | **Загальний бал успішності** |
| 1 | 14 | 4,38 |
| 2 | 12 | 3,71 |
| 3 | 12 | 3,51 |
| 4 | 13 | 4,31 |
| 5 | 14 | 4,67 |
| 6 | 12 | 4,03 |
| 7 | 11 | 4,38 |
| 8 | 13 | 3,61 |
| 9 | 13 | 3,66 |
| 10 | 13 | 4,19 |
| 11 | 12 | 3,95 |
| 12 | 13 | 3,95 |
| 13 | 12 | 3,89 |
| 14 | 8 | 4,87 |
| 15 | 13 | 4,18 |
| 16 | 11 | 3,89 |

Етапи обробки даних

1) Занести дані в таблицю Excel.

2) Розрахувати Аемп, Еемп, Акр і Екр. Зробити висновок про розподіл ознаки в кожній вибірці і його відхилення від нормального.

3) Зробити вибір методу кореляційного аналізу (рангова кореляція Спірмена або метод Пірсона).

4) Зробити розрахунок за обраною формулою.

5) Порівняти емпіричне значення коефіцієнта кореляції з критичним.

6) Дати інтерпретацію отриманих результатів.

***Практичні заняття № 10-13. Основні принципи перевірки статистичних гіпотез***

План

1. Обговорення питань з теми:

* Ідея перевірки статистичної гіпотези.
* Статистичний критерій та рівень статистичної значущості.
* Класифікація методів статистичного висновку.
* Параметричні методи порівняння досліджуваних.
* Непараметричні методи порівняння досліджуваних.

2. Тематика реферативних робіт:

* Параметричні методи порівняння досліджуваних у психологічних розробках.
* Непараметричні методи порівняння досліджуваних у психологічних розробках.

3.1. Практичні завдання (розрахунки):

1. Для перевірки ефективності нової розвивальної програми були створені дві групи дітей шестирічного віку. Одна група (експериментальна) займалася за новою програмою, друга (контрольна) – за старою. Після експерименту діти обох груп були протестовані за методикою Керна-Йерасіка (шкільна зрілість).

Результати тестування за вербальної шкалою занесені в таблицю 8. Чи можна зробити висновок про ефективність нової програми і її переваги перед старою?

Таблиця 8

Результати дослідження

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№**  | **ЕГ** | **КГ** |
| 1 | 12 | 14 |
| 2 | 13 | 13 |
| 3 | 10 | 14 |
| 4 | 8 | 14 |
| 5 | 13 | 14 |
| 6 | 12 | 13 |
| 7 | 15 | 12 |
| 8 | 12 | 12 |
| 9 | 10 | 15 |
| 10 | 11 | 13 |
| 11 | 13 | 13 |
| 12 | 11 | 13 |
| 13 | 11 | 13 |
| 14 | 14 | 9 |
| 15 | 11 | 13 |
| 16 | 13 | 13 |

2. Для перевірки ефективності нової розвивальної програми були створені дві групи дітей шестирічного віку. Одна група (експериментальна) Займаюсь за новою програмою, друга (контрольна) – за старою. Після експерименту діти обох груп були протестовані за методикою Керна-Йерасіка (шкільна зрілість). Результати тестування за вербальною шкалою занесені в таблицю 9. Чи можна зробити висновок про ефективність нової програми і її переваги перед старою?

Таблиця 9

Результати дослідження

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№**  | **ЕГ** | **КГ** |
| 1 | 14 | 13 |
| 2 | 13 | 13 |
| 3 | 11 | 14 |
| 4 | 8 | 12 |
| 5 | 12 | 14 |
| 6 | 13 | 14 |
| 7 | 13 | 12 |
| 8 | 13 | 13 |
| 9 | 11 | 15 |
| 10 | 12 | 13 |
| 11 | 14 | 11 |
| 12 | 13 | 12 |
| 13 | 12 | 14 |
| 14 | 14 | 9 |
| 15 | 10 | 14 |

3. Була досліджена група дітей з захворюванням крові до лікування препаратами і після лікування. У таблицю 10 занесені показники L крові за результатами медичного обстеження. Зробити порівняльний аналіз результативності лікування даним препаратом, використовуючи статистичні критерії.

Таблиця 10

Результати дослідження

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **До лікування** | **Після лікування** |
| 1. | 20,5 | 2,3 |
| 2. | 12,1 | 7,5 |
| 3. | 13,6 | 3,8 |
| 4. | 40,5 | 3,8 |
| 5. | 9,6 | 4,8 |
| 6. | 33 | 8,8 |
| 7. | 77,2 | 13 |
| 8. | 8,7 | 4,7 |
| 9. | 3,5 | 3,9 |
| 10. | 13,8 | 4,8 |
| 11. | 7,4 | 5,7 |
| 12. | 29,4 | 9 |
| 13. | 116 | 13 |
| 14. | 21,9 | 0,9 |

 4. Була досліджена група дітей з захворюванням крові до лікування препаратами і після лікування. У таблицю 11 занесені показники er крові за результатами медичного обстеження. Зробити порівняльний аналіз результативності лікування даним препаратом, використовуючи статистичні критерії.

Таблиця 11

**Результати дослідження**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **До лікування** | **Після лікування** |
| 1. | 4,2 | 2,65 |
| 2. | 2 | 2,38 |
| 3. | 2,33 | 3,5 |
| 4. | 2,4 | 3,5 |
| 5. | 1,8 | 4,8 |
| 6. | 0,8 | 4 |
| 7. | 2 | 3,7 |
| 8. | 2,1 | 4,12 |
| 9. | 2,8 | 4,2 |
| 10. | 1,46 | 2,89 |
| 11. | 3,85 | 3,7 |
| 12. | 1,64 | 2,58 |
| 13. | 2,6 | 3,2 |
| 14. | 1,7 | 2,1 |

Етапи обробки даних

1) Занести дані в таблицю Excel.

2) Розрахувати відхилення кожного розподілу від нормального.

3) Зробити вибір статистичного критерію, спираючись на результати п.2.

4) Зробити розрахунок за обраною формулою (емпіричне значення).

5) Порівняти емпіричне значення коефіцієнта з критичним (за таблицею).

6) Дати інтерпретацію отриманих результатів.

3.2. Практичні завдання (розрахунки):

1. Наводиться час (в секундах) вирішення контрольних завдань одинадцятьма учнями до і після спеціальних вправ усного рахунку. За допомогою критерію Вілкоксона з'ясувати: чи можна вважати, що ці вправи поліпшили здібності учнів у вирішенні задач?

 До: 87, 61, 98, 90, 93, 74, 83, 72, 81, 75, 83.

 Після: 50, 45, 79, 90, 88, 65, 52, 79, 84, 61, 52.

2. Психолог вимірював час складної сенсомоторної реакції вибору в контрольній та експериментальній групах. В експериментальну групу (Х) входило 9 спортсменів, в контрольну групу (Y) – 8 осіб, які активно не займалися спортом.

За допомогою критерію t-Стьюдента перевірте гіпотезу про те, що середня швидкість складної сенсомоторної реакції у спортсменів вища, ніж ця ж величина у людей, які не займаються спортом.

Таблиця 12

**Результати дослідження**

|  |  |
| --- | --- |
| **№** | **Групи** |
| **Х** | **Y** |
| 1 | 504 | 580 |
| 2 | 560 | 692 |
| 3 | 420 | 700 |
| 4 | 600 | 621 |
| 5 | 580 | 640 |
| 6 | 530 | 561 |
| 7 | 490 | 680 |
| 8 | 580 | 630 |
| 9 | 470 | - |

 3. На курсах післядипломної пед. освіти вчителі опановували прийоми мнемотехніки. Щоб перевірити ефективність навчання, проводиться тестування перед початком курсу і по його закінченню. Планувалося запам'ятати на слух 20 слів, фіксували кількість правильно повторених слів.

 Для розрахунків оберіть критерію t-Стьюдента для залежних вибірок.

Таблиця 13

**Результати дослідження**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **До** | **Після** |
| 1 | 10 | 18 |
| 2 | 6 | 10 |
| 3 | 7 | 7 |
| 4 | 5 | 8 |
| 5 | 8 | 12 |
| 6 | 4 | 7 |
| 7 | 7 | 15 |
| 8 | 6 | 14 |
| 9 | 6 | 11 |
| 10 | 8 | 13 |

4. Чи будуть виявлені статистично достовірнівідмінності в показниках креативності підлітків з девіантною поведінкою порівняно з підлітками без девіацій? Для розрахунків оберіть критерій U-Манна-Уітні.

Таблиця 14

**Результати дослідження**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **№****з/п** | **Учасник****експерименту** | **Підлітки з****девіантною****поведінкою** | **Учасник****експерименту** | **Підлітки, які не****мають****відхилень у****поведінці** |
| 1. | Олександр | 73 | Анна | 51 |
| 2. | Артем | 101 | Олег | 121 |
| 3. | Володимир | 130 | Тетяна | 134 |
| 4. | Галина | 86 | Юрій | 110 |
| 5. | Дмитро | 102 | Іван | 122 |
| 6. | Ігор | 117 | Ольга | 132 |
| 7. | Олена | 91 | Людмила | 110 |
| 8. | Роман | 94 | Василь | 111 |
| 9. | Юлія | 139 | Ірина | 145 |
| 10. | Дарина | 144 | Марина | 162 |

***Практичне заняття № 14.*** ***Аналіз номінативних даних***

План

1. Обговорення питань з теми:

* Номінативна шкала.
* Критерій χ2.
* Статистичний критерій φ – кутове перетворення Фiшера.

2. Тематика реферативних робіт:

* Специфіка аналізу номінативних даних у психології.
* Приклади використання критерію φ у психологічних дослідженнях.
* Приклади використання критерію χ2 у психологічних дослідженнях.

 3. Практичні завдання (розрахунки)

1. У першій групі з 20 чоловік з нею впоралися 12 осіб, а в другій вибірці з 25 осіб – 10. У першому випадку процентна частка розв'язали задачу складе 12 / 20\*100% = 60%, а в другій 10 / 25\*100% = 40%. Чи достовірно розрізняються ці процентні частки при даних n1 і п2?Перевірку здійснити за допомогою критерію *ϕ.*

2. З 20 студентів з проявами психосоматичних дисфункцій 16 осіб мають підвищений рівень тривожності. У групі із 20 здорових студентів показники тривожності вище норми у 6 осіб. Чи можна стверджувати, що у студентів з проявом підвищеної тривожності і психосоматичних дисфункцій в більшій ступені переважають в характері риси тривожності?

Таблиця 15

**Результати дослідження**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Група** | **Підвищена тривожність** | **Тривожність у нормі** | **Всього** |
| з дисфункціями | 16 | 4 | 20 |
| без дисфункцій | 6 | 14 | 20 |
| всього | 22 | 18 | 40 |

Перевірку здійснити за допомогою критерія *ϕ.*

3. Чи існують статистично достовірні відмінності за рівнем сформованості синдрому “емоційного вигорання” серед 7 жінок з переважанням маскулінних характеристик і 19 жінок з переважанням фемінних характеристик. Перевірку здійснити за допомогою критерія *ϕ.*

Таблиця 16

**Результати дослідження**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Група** | **Синдром емоційного вигоряння** | **Не визначений синдром емоційного вигоряння** | **Всього** |
| з переважанням маскулінних характеристик | 7 | 36 | 43 |
| з переважанням фемінних характеристик | 19 | 24 | 43 |
| всього | 26 | 60 | 86 |

4.Чи можна стверджувати що рівень тривожності у ліворуких дітей, в порівнянні з праворукими, значно вище? Перевірку здійснити за допомогою критерія *ϕ.*

Таблиця 17

**Результати дослідження**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Група** | **Високий рівень тривожності** | **Низький рівень тривожності** | **Всього** |
| ліворукі діти | 5 | 15 | 20 |
| праворукі діти | 0 | 20 | 20 |
| всього | 5 | 35 | 40 |

5. Чи відрізняються група жінок в віці 18-29 років від групи жінок у віці 30-44 років за рівнем мотивації успіху і остраху невдачі? Перевірку здійснити за допомогою критерію *ϕ.*

Таблиця 18

**Результати дослідження**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Група** | **Мотивація успіху** | **Острах невдачі** | **Всього** |
| 18-29 років | 10 | 2 | 12 |
| 30-44 років | 12 | 0 | 12 |
| всього | 22 | 2 | 24 |

6. Чи спостерігаються відмінності за проявом егоїстичного стилю поведінки в міжособистісних відносинах між юнаками та дівчатами?

Перевірку здійснити за допомогою критерію χ2.

Таблиця 19

**Результати дослідження**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Тип егоїстичності** | **Юнаки** | **Дівчата** |
| Адаптивний | 6 | 13 |
| Проміжний | 9 | 4 |
| Дезадаптивний | 5 | 3 |

***Практичне заняття № 15.*** ***Дисперсійний аналіз (ANOVA)***

План

1. Обговорення питань з теми:

* Призначення і загальні поняття ANOVA.
* Однофакторний дисперсійний аналіз для незв'язаних вибірок.
* Однофакторний дисперсійний аналіз для пов'язаних вибірок.

2. Тематика реферативних робіт:

* Специфіка дисперсійного аналізу.
* Приклади використання однофакторного дисперсійного аналізу для незв'язаних вибірок у психологічних дослідженнях.

 3. Практичне завдання (розрахунки)

1. One-Way ANOVA: Порівнюються особливості самооцінки працівників в залежності від стажу роботи за шкалою “самовпевненість”. Всього брало участь три групи: 1-я – нульовий стаж, 2-я – стаж 1-2 роки, 3-я група – більше 5 років.

Таблиця 20

**Результати дослідження**

|  |  |
| --- | --- |
|  **№** | **Стаж роботи** |
| **1** | **2** | **3** |
| 1 | 9 | 9 | 9 |
| 2 | 10 | 6 | 9 |
| 3 | 9 | 8 | 7 |
| 4 | 9 | 6 | 9 |
| 5 | 9 | 7 | 10 |
| 6 | 9 | 7 | 9 |
| 7 | 8 | 9 | 9 |
| 8 | 8 | 9 | 9 |
| 9 | 9 | 9 | 9 |
| 10 | 9 | 9 | 8 |

**ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 3. БАГАТОВИМІРНІ МЕТОДИ АНАЛІЗУ ЕМПІРИЧНИХ ДАНИХ ПСИХОЛОГІЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ**

***Практичне заняття № 16.*** ***Факторний аналіз***

План

1. Обговорення питань з теми:

* Основні положення факторного аналізу.
* Підготовка даних до факторного аналізу.
* Інтерпретація результатів факторного аналізу.

2. Тематика реферативних робіт:

* Методи факторизації.
* Приклади використання факторного аналізу у психологічних дослідженнях.

 3. Ознайомлення з варіантами вирішення задачі про кількість факторів

 Зазвичай, спочатку виділяють максимально можливу кількість факторів, а потім на основі аналізу таблиці власних значень приймають рішення про найбільш збалансовану кількість виділених факторів і проводять знову аналіз вже для обраної їх кількості. Однак, існують загальні рекомендації, слідування яким дасть непоганий результат.

 *Критерій Кайзера.* Цей критерій, розроблений Х.Ф. Кайзером (1960), найширше використовується і полягає у тому, що відбираються лише фактори, власні значення яких більше 1. Цей критерій автоматично включається в модулі факторного аналізу програми STATISTICA.

 *Критерій кам’янистого насипу.* Це є графічний критерій, вперше описаний Р.Б. Кеттелом. На графіку (див. рис.9) в порядку спадання зображують власні значення кожного виділеного фактора. Р.Б. Кеттел запропонував знайти таке місце на графіку, де зменшення власних значень зліва направо максимально сповільнюється. Відповідно до цього критерію варто залишити 2 фактори. Назва цього критерію походить від геологічного терміну, яким позначають уламки гірських порід, які накопичуються в нижній частині скелястого схилу – фактори справа і є тими уламками.

 *Який же критерій використовувати?* Критерій Кайзера іноді зберігає занадто багато факторів, а критерій кам’янистого насипу – навпаки, іноді зберігає занадто мало факторів. Однак, обидва критерії дають непоганий результат, якщо їх застосовувати в нормальних умовах (невелика кількість факторів та велика кількість змінних і об’єктів). Часто використовують обидва критерії послідовно – відсікають зовсім незначимі фактори з допомогою критерію Кайзера, а потім до тих факторів, які залишилися, застосовують критерій кам’янистого насипу.



Рис. 9. Критерій кам’янистого насипу.

***Практичне заняття № 17.*** ***Кластерний аналіз***

План

1. Обговорення питань з теми:

* Мета кластерного аналізу.
* Особливості кластерного аналізу.
* Етапи проведення кластерного аналізу. Методи кластерного аналізу.

2. Тематика реферативних робіт:

* Суть кластерного аналізу.
* Приклади використання кластерного аналізу у психологічних дослідженнях.

 3. Ознайомлення з стратегіями кластеризації (деревоподібна кластеризація)

Оберемо метод деревоподібної кластеризації як найбільш показовий і зрозумілий (більшість початківців вперше знайомляться саме з ним) (див. рис.10)..

 Після визначення з методом необхідно обрати міру відстані між об’єктами та обчислити ці відстані. Розглянемо, які бувають міри відстаней між об’єктами.

*Евклідова відстань* *(Euclidian distances).* Це найуживаніша міра відстані між об’єктами, яка являє собою геометричну відстань між об’єктами у багатомірному просторі. Евклідова відстань обчислюється по вихідним не стандартизованим даним, а тому всі змінні повинні бути виміряні в одному масштабі (якщо це сантиметри, то всі змінні повинні бути виміряні в сантиметрах тощо).

*Квадрат Евклідової відстані**(Squared Euclidian distances).*Ця міравикористовується тоді, коли хочуть на порядок збільшити значення відстаней між дуже віддаленими між собою об’єктами.

*Манхеттенівська відстань (відстань міських кварталів – City-block (Manhattan) distances)*. Ця міра у більшості випадків призводить до таких же результатів, як і Евклідова відстань, але зменшується вплив окремих великих різниць (викидів) через те, що відстань обчислюється по простим різницям координат.

*Відстань Чебишева (Chebychev distance metric)*. Використовується тоді, коли хочуть позначити два об’єкти як різні, якщо вони відрізняються якимсь одним виміром (однією координатою).

*Відсоток невідповідності (Percent disagreement)*. Міра використовується у випадках, коли дані належать номінативній шкалі.

Можна здійснювати тривалий аналіз, шукаючи близькі та віддалені групи, орієнтуючись виключно на таблицю відстаней, а можна продовжити деревоподібний кластерний аналіз, використавши одну із стратегій кластеризації. Стратегії кластеризації являють собою правила об’єднання об’єктів (змінних) у кластери. Вони переглядають таблицю схожостей об’єктів, і на кожному кроці послідовно об’єднують пару найбільш схожих об’єктів (змінних чи кластерів). Завершується процес утворенням одного кінцевого великого кластера, який включає в себе всі об’єкти. Основна різниця між стратегіями – це спосіб вимірювання відстаней. Однак, тут уже мова йдеться не про безпосередні відстані між об’єктами – на першому кроці кластеризації кожен об’єкт являє собою окремий кластер, і відстані між ними визначаються обраною мірою (Евклідова відстань, відстань Чебишева тощо). Мова вже йде про той випадок, коли декілька об’єктів зв’язуються разом – як тепер визначити відстані між утвореними кластерами? Розглянемо для цього найпоширеніші стратегії кластеризації.

*Стратегія найближчого сусіда* (Nearest neighbor) або стратегія одиночного зв’язок (Single lincage). Тут відстань між двома кластерами визначається як відстань між двома найближчими об’єктами (найближчими сусідами). Стратегія ніби нанизує об’єкти один на один, і в результаті кластери представляються у вигляді довгих “ланцюжків”. Стратегія пов’язує два кластери разом, коли будь-які два об’єкти в цих кластерах ближче один до одного, ніж усі інші.

*Стратегія найвіддаленішого сусіда* (Furthest neighbor) або стратегія повного зв’язку (Complete lincage). При використанні цієї стратегії відстань між кластерами визначається найбільшою відстанню між двома об’єктами з різних кластерів (між найвіддаленішими сусідами). Стратегія добре працює, коли об’єкти реально належать різним класам. Якщо є природним типом кластерів в отриманих даних є ланцюжки, то ця стратегія є непридатною. Стратегія утворює в основному “кущі” об’єктів.



Рис. 10. Приклад деревоподібної кластеризація.

*Стратегія незваженого попарного середнього* (Unweighted pair-group average). Відстань між двома кластерами визначається як середня відстань між всіма парами об’єктів у них. Метод ефективний випадку реального об’єднання об’єктів як у “кущі”, так і в “ланцюжки”.

*Стратегія зваженого попарного середнього* (Weighted pair-group average). Стратегія відрізняється від попередньої тим, що при обчисленнях розмір відповідного кластера (кількість об’єктів, які він містить) використовується в якості вагового коефіцієнта. Тому цю стратегію використовують тоді, коли передбачають появу кластерів нерівного розміру.

*Стратегія Варда* (Ward’s method). Ця стратегія суттєво відрізняється від попередніх, оскільки використовує методи дисперсійного аналізу для оцінки відстаней між кластерами. Ця стратегія мінімізує суму квадратів (SS) для двох гіпотетичних кластерів, які можуть бути сформовані на кожному кроці процесу кластеризації. Метод вважається ефективним, але намагається створювати кластери малого розміру.

 *Які ж загальні властивості описаних стратегій?* Якщо уявити таблицю схожостей як багатомірний простір, а об’єкти – як точки цього простору, то можна описати, що роблять з точками цього простору розглянуті нами стратегії.

*Перший тип стратегій – стискаючі*. Стратегії цього типу ніби стискають простір об’єктів, зменшуючи відстані між усіма групами даних. Коли черговий об’єкт піддається такій стратегії, він, швидше за все, буде віднесений до вже існуючого кластера, ніж стане джерелом утворення нового. Сюди можна віднести стратегію найближчого сусіда.

*Другий тип стратегій – розширюючі*. Ці стратегії ніби розширюють простір об’єктів, збільшуючи відстані між ними. Точки ніби розступаються, утворюючи дрібніші, але чіткіші групи (кластери). Ці стратегії створюють кластери гіперсферичної форми, приблизно однакові за об’ємом. До цього типу належать стратегія найвіддаленішого сусіда та стратегія Варда.

*Третій тип стратегій – зберігаючі*. Стратегії, які належать до цього типу, залишають вихідний простір об’єктів без змін. Це стратегії зваженого та незваженого попарного середнього.

**ПИТАННЯ ДО ЗАЛІКУ**

1. Специфіка застосування математичних методів у психології.
2. Математичні методи в експериментальних психологічних дослідженнях.
3. Основні поняття, які використовуються у математичній обробці даних.
4. Основні методи математичної статистики.
5. Емпіричні розподіли частот.
6. Числові характеристики розподілу даних.
7. Із історії виникнення нормального закону розподілу.
8. Параметри нормального розподілу.
9. Розподіл χ2 .
10. Розподіл Стьюдента.
11. Сутність методів встановлення статистичних взаємозв'язків. Основні властивості коефіцієнта кореляції.
12. Діаграми розсіювання емпіричних значень змінних Х і У.
13. Інтерпретація коефіцієнтів кореляції.
14. Кореляція метричних змінних.
15. Кореляція рангових змінних.
16. Кореляція дихотомічних змінних.

**ПИТАННЯ ДО ІСПИТУ**

1. Специфіка застосування математичних методів у психології.
2. Математичні методи в експериментальних психологічних дослідженнях.
3. Основні поняття, які використовуються у математичній обробці даних.
4. Основні методи математичної статистики.
5. Емпіричні розподіли частот.
6. Числові характеристики розподілу даних.
7. Із історії виникнення нормального закону розподілу.
8. Параметри нормального розподілу.
9. Розподіл χ2 .
10. Розподіл Стьюдента.
11. Сутність методів встановлення статистичних взаємозв'язків. Основні властивості коефіцієнта кореляції.
12. Діаграми розсіювання емпіричних значень змінних Х і У.
13. Інтерпретація коефіцієнтів кореляції.
14. Кореляція метричних змінних.
15. Кореляція рангових змінних.
16. Кореляція дихотомічних змінних.
17. Ідея перевірки статистичної гіпотези.
18. Статистичний критерій та рівень статистичної значущості.
19. Класифікація методів статистичного висновку.
20. Параметричні методи порівняння досліджуваних.
21. Непараметричні методи порівняння досліджуваних.
22. Номінативна шкала.
23. Критерій χ2.
24. Статистичний критерій φ – кутове перетворення Фiшера.
25. Призначення і загальні поняття ANOVA.
26. Однофакторний дисперсійний аналіз для незв'язаних вибірок.
27. Однофакторний дисперсійний аналіз для пов'язаних вибірок.
28. Основні положення факторного аналізу.
29. Підготовка даних до факторного аналізу.
30. Інтерпретація результатів факторного аналізу.
31. Основні положення факторного аналізу.
32. Підготовка даних до факторного аналізу.
33. Інтерпретація результатів факторного аналізу.
34. Мета кластерного аналізу.
35. Особливості кластерного аналізу.
36. Етапи проведення кластерного аналізу. Методи кластерного аналізу.

**ЛІТЕРАТУРА**

**Основна**

1. Євтух М. Б. Математичне моделювання в психологічних та соціологічних дослідженнях: підручник для студ. вищ. навч. закл. / М. Б. Євтух, Е. В. Лузік, Т. В. Ільїна. – 2-ге вид., випр. та доп. – Київ: Кондор, 2017. – 428 с.
2. Климчук В. О. Математичні методи у психології: [Навчальний посібник] / В. О. Климчук. – К. : Освіта України, 2009. – 288 с.
3. Руденко В. М. Математична статистика. [Навч. посіб.] / В.М.Руденко – К.: Центр учбової літератури, 2012. – 304 с..

**Додаткова**

1. Ермолаев О. Ю. Математическая статистика для психологов: Учебник / О. Ю. Ермолаев. – М. : Московский психолого-социальный институт: Флинта, 2006. – 336 с
2. Іванюта І. Д. Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики / І. Д. Іванюта, В. І. Рибалка, І. А. Рудоміно-Дусятська. – К. : Слово, 2006. – 272 с.
3. Наследов А.Д. Математические методы психологического исследования. Анализ и интерпретация данных: учебное пособие. / А.Д. Наследов. – СПб.: Речь, 2004. – 392 с.
4. Процай Л.П. Підготовка майбутніх практичних психологів до використання програмних засобів обробки статистичний даних у психологічних дослідженнях / Л. П. Процай // Оновлення змісту, форм та методів навчання і виховання в закладах освіти : Збірник наукових праць. Наукові записки Рівненського державного гуманітарного університету. – Вип.7(50). – 2013. – C. 137-140.
5. Рудоміно-Дусятська І. А. Збірник завдань з курсу “Теорія ймовірностей та математична статистика” / І. А. Рудоміно-Дусятська – К. : УЕП “КРОК”, 2003. – 54 с.
6. Сидоренко Е. В. Методы математической обработки в психологи / Е. В. Сидоренко. – СПб. : ООО “Речь”, 2000. – 350 с,
7. Суходольский Г. В. Математика для гуманитариев / Г. В. Суходольский. – Харьков : Издательство Гуманитарный Центр, 2007. – 256 с.

**Література іноземною мовою**

1. Roger E., Alberto Maydeu-Olivares Millsap (2009). The SAGE Handbook of Quantitative Methods in Psychology. SAGE Publications Ltd. [in English]
2. Cornelia E. Dowling, Fred S. Roberts, Peter Theuns (2014). Recent Progress in Mathematical Psychology: Psychophysics, Knowledge Representation, Cognition, and Measurement. Psychology Press. [in English]
3. [Gustav Levine](https://www.google.com.ua/search?hl=ru&tbo=p&tbm=bks&q=inauthor:%22Gustav+Levine%22), [Stanley Parkinson](https://www.google.com.ua/search?hl=ru&tbo=p&tbm=bks&q=inauthor:%22Stanley+Parkinson%22) (2014). Experimental Methods in Psychology. Psychology Press. [in English]

**Інформаційні ресурси**

# Mathematical Methods in Psychology. – URL : <https://www.slideshare.net/Amice13/mathematical-methods-in-psychology>

1. The Journal of Mathematical Psychology. – URL: <https://www.elsevier.com/journals/journal-of-mathematical-psychology/00222496/guide-for-authors/>.
2. [British Journal of Mathematical and Statistical Psychology.](https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=21&ved=2ahUKEwiasN-Y-K_iAhWywsQBHUGIDUc4FBAWMAB6BAgBEAE&url=https%3A%2F%2Fonlinelibrary.wiley.com%2Fjournal%2F20448317&usg=AOvVaw1cmlWoRXQdnX6kHHjuuO9t) – URL: https://onlinelibrary.wiley.com/journal/20448317.

*Навчальне видання*

**МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В ПСИХОЛОГІЇ**

*Методичні вказівки*

*до проведення практичних занять*

Упорядник :

**НІКІТІНА** Оксана Петрівна

Формат 60x84/16. Гарнітура Timеs New Romen

Папір для цифрового друку. Друк ризографічний.

Ум. друк. арк. \_\_\_\_.

Тираж \_\_\_пр.

Українська інженерно-педагогічна академія

61003, м. Харків, вул. Університетська, 16